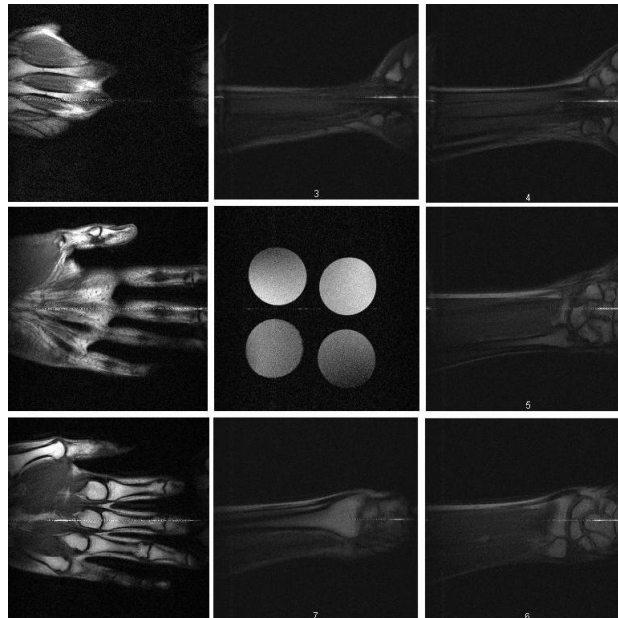


*Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko
Oddelek za fiziko*

Fizikalni praktikum IV

Poročila



Barbara Horvat

Februar 2007, Ljubljana

Kazalo

1 Kontrast pri slikanju z magnetno resonanco	4
1.1 Naloga	4
1.2 Fizikalno ozadje	4
1.2.1 NMR	4
1.2.2 Teoretično ozadje	4
1.2.3 Osnove slikanja z NMR	5
1.2.4 Aparatura	6
1.3 Meritve in rezultati	6
1.3.1 Metoda	6
1.3.2 Meritve	7
1.3.3 Rezultati	7
1.3.4 Napaka	9
1.4 Zaključek	9
2 Presevna elektronska mikroskopija nanocevk	10
2.1 Naloga	10
2.2 Fizikalno ozadje	10
2.2.1 Nanocevke	10
2.2.2 Aparatura	11
2.3 Meritve in rezultati	15
2.3.1 Metoda	15
2.3.2 Meritve	15
2.3.3 Rezultati	15
2.3.4 Napaka	15
2.4 Dodatna vprašanja	15
2.5 Zaključek	15
3 EXAFS	17
3.1 Naloga	17
3.2 Fizikalno ozadje	17
3.2.1 EXAFS	17
3.2.2 Aparatura	17
3.3 Meritve in rezultati	18
3.3.1 Metoda	18
3.3.2 Meritve	19
3.3.3 Rezultati	19
3.3.4 Napaka	20
3.4 Dodatna vprašanja	21
3.5 Zaključek	21
4 Hertzsprung-Russellov diagram	22
4.1 Naloga	22
4.2 Fizikalno ozadje	22
4.2.1 Parametri zvezde	22
4.2.2 Hertzsprung-Russellov diagram	23
4.2.3 Aparatura	24
4.3 Meritve in rezultati	24
4.3.1 Metoda	24
4.3.2 Meritve	25
4.3.3 Rezultati	25
4.3.4 Napaka	26
4.4 Dodatna vprašanja	26
4.5 Zaključek	28

5	Pulzni eksperiment	29
5.1	Naloga	29
5.2	Fizikalno ozadje	29
5.2.1	Reaktor	29
5.2.2	Reaktivnost	30
5.2.3	Fuchs-Hansenov model	30
5.3	Meritve in rezultati	31
5.3.1	Metoda	31
5.3.2	Meritve	32
5.3.3	Rezultati	32
5.3.4	Napaka	33
5.4	Dodatna vprašanja	34
5.5	Zaključek	34
6	Merjenje masne razlike	35
6.1	Naloga	35
6.2	Fizikalno ozadje	35
6.2.1	Osnovni delci	35
6.2.2	Kinematika razpada	35
6.2.3	Napaka pri razliki mas	36
6.3	Meritve in rezultati	36
6.3.1	Metoda	36
6.3.2	Meritve	37
6.3.3	Rezultati	37
6.3.4	Napaka	37
6.4	Dodatna vprašanja	37
6.5	Zaključek	38

1 Kontrast pri slikanju z magnetno resonanco

datum meritve: 05.11.2004

izvedba vaje: F5, soba 009a, IJS

vodja vaje: prof. dr. Igor Serša, IJS

1.1 Naloga

Z 2DFT tehniko slikanja s spinskim odmevom se posname gostotna (kontrast je odvisen predvsem od gostote protonov), T1 (kontrast je odvisen predvsem od relaksacijskega časa spin-mreža (T1)) in T2 (kontrast je odvisen predvsem od spin-spinskega relaksacijskega časa (T2)) obtežena slika testnega vzorca iz vode, alkohola, glicerina ter olja. Izmeri se intenzitete signala vzorcev v vseh treh slikah. Intenziteto signala vzorca v T2 in T1 obteženi sliki se deli z intenziteto signala istega vzorca v gostotni sliki in preveri, če se tako normirane intenzitete ujema s teoretičnimi napovedmi.

1.2 Fizikalno ozadje

1.2.1 NMR

Slikanje z jedrsko magnetno resonanco (NMR) je kolikortoliko nova metoda preiskovanja vzorcev. V primerjavi z rentgenskim slikanjem in rentgensko računalniško tomografijo se NMR odlikuje po tem, da vzorec ni izpostavljen škodljivemu sevanju. Pa tudi slika NMR ne nosi informacije o absorpciji rentgenskih žarkov v vzorcu, ampak je ta slika s parametri slikanja pogojena funkcija gostote jeder in relaksacijskih časov $T1$ in $T2$.

Čprav lahko z NMR opazujemo raznovrstna jedra, je slikanje z NMR zaradi šibkega signala, ki pripada slikovnemu elementu, omejeno predvsem na slikanje vodikovih jeder (protonov). Vodikova jedra imajo namreč največje giromagnetno razmerje in posledično najmočnejši signal. Pa tudi njihova razširjenost v vzorcih je bistveno večja od ostalih jeder.

Slikanje z NMR je razen v primeru posebnih tehnik slikanja omejeno izključno na slikanje netrdnih vzorcev (tekočin). Trdni vzorci imajo kratek relaksacijski čas $T2$ in zato prekratek signal za slikanje.

Pri slikanju z jedrsko magnetno resonanco se najpogosteje uporablja metoda slikanja s spinskim odmevom, kjer je kontrast v sliki odvisen od parametrov slikanja (čas spinskega odmeva TE , hitrost ponavljanja slikovnega zaporedja TR) ter lastnosti vzorca (gostote protonov ρ , spinsko-mrežnega relaksacijskega časa $T1$, spinsko-spinskega relaksacijskega časa $T2$).

Izmerjen signal S je sorazmeren gostoti protonov in eksponentno pada s časom $T2$

$$S \propto e^{-\frac{TE}{T2}} (1 - e^{-\frac{TR}{T1}}). \quad (1)$$

Glede na izbiro parametrov slikanja ločimo tri karakteristične skupine slik:

- gostotno obteženo sliko (kontrast je odvisen pretežno od gostote protonov; TR je zelo dolg, TE kratek)
- $T1$ obteženo sliko (kontrast je odvisen predvsem od relaksacijskega časa $T1$; TR je velikostnega reda $T1$, TE kratek)
- $T2$ obteženo sliko (kontrast je odvisen predvsem od relaksacijskega časa $T2$; TR je zelo dolg, TE velikostnega reda $T2$)

1.2.2 Teoretično ozadje

Jedra imajo vrtilno količino $\vec{\Gamma}$ in zato tudi dipolni magnetni moment

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{\Gamma} = \gamma \hbar \vec{I}, \quad (2)$$

kjer \vec{I} predstavlja jedrski spin, γ pa giromagnetno razmerje. V magnetnem polju \vec{B} zapišemo interakcijo z magnetnim momentom $\vec{\mu}$ s Hamiltonijanom

$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (3)$$

V primeru statičnega magnetnega polja, ki kaže v smeri osi z in ima velikost B_0 , preide ta operator v obliko

$$H = -\gamma \hbar B_0 I_z. \quad (4)$$

Dobimo Zeemanov razcep iz degeneracije. Energijska razlika med posameznimi nivoji je

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0 = \hbar \omega_0. \quad (5)$$

Torej, če želimo dobiti spektralno absorpcijo, potrebujemo časovno odvisno interakcijo s frekvenco ω_0 .

V magnetnem polju \vec{B} deluje na jedro z magnetnim momentom $\vec{\mu}$ navor $\vec{\mu} \times \vec{B}$, posledica tega pa je spreminjanje vrtilne količine jedra:

$$\frac{d\vec{\Gamma}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (6)$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}. \quad (7)$$

V vrtečem se koordinatnem sistemu, ki se glede na mirujoč koordinatni sistem vrti s frekvenco $\vec{\omega}_r$, se enačba (7) zapiše kot

$$\frac{\delta \vec{M}}{\delta t} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}_{ef}, \quad (8)$$

kjer

$$\vec{B}_{ef} = \vec{B} + \frac{\vec{\omega}_r}{\gamma}. \quad (9)$$

Imamo statično magnetno polje $B = (0, 0, B_0)$. Če vrtimo koordinatni sistem s frekvenco $\vec{\omega}_r = (0, 0, -\omega_0)$, dosežemo, da je $\frac{\delta \vec{M}}{\delta t} = 0$, kar pomeni, da magnetizacija \vec{M} v mirujočem sistemu kroži okrog smeri B_0 (smer z) s frekvenco ω_0 , ki jo imenujemo Larmorjeva frekvenca. Statičnemu magnetnemu polju dodamo še vrteče se magnetno polje \vec{B}_1 , ki se vrti z Larmorjevo frekvenco in kaže v smeri x' ($'$ označuje vrteč se koordinatni sistem). Tako kot enačba (7) opisuje precesijo s frekvenco γB_0 , opisuje enačba (8) precesijo s frekvenco γB_1 v vrtečem se koordinatnem sistemu. Če je magnetno polje vklopljeno čas t_p , se magnetizacija v vrtečem se koordinatnem sistemu odkloni od osi $z' = z$ za kot $\theta = \gamma B_1 t_p$. Zasuke magnetizacije v praksi dobimo z RF pulzi (pulzi $\frac{\pi}{2}$ in π magnetizacijo \vec{M} odklonijo za kot $\frac{\pi}{2}$ oz. π od osi z'). Precedirajoča magnetizacija se relaksira nazaj proti ravnovesnemu stanju. Relaksacija v z smeri je posledica interakcije spin-mreža, fazna nepovezanost v xy ravnini po nekem času pa je posledica spin-spin relaksacije. Za obe relaksaciji privzamemo, da sta eksponentno padajoči funkciji časa in tako zapišemo:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1}, \quad (10)$$

$$\frac{dM_{xy}}{dt} = -\frac{M_{xy}}{T_2}. \quad (11)$$

1.2.3 Osnove slikanja z NMR

Majhen del vzorca z volumnom dV na mestu \vec{r} prispeva signal $\rho(\vec{r})e^{i\omega(\vec{r})t}dV$, kjer je ρ gostota jeder, ω pa precesijska frekvenca. Celoten signal, ki ga dobimo iz detekcijske tuljave, se zapiše kot

$$S(t) = \int \rho(\vec{r})e^{i\omega(\vec{r})t}d\vec{r}. \quad (12)$$

V času slikanja imamo vklopljen gradient magnetnega polja \vec{G} , ki spremeni magnetno polje

$$B_z(\vec{r}) = B_0 + \vec{G} \cdot \vec{r}. \quad (13)$$

S tem, ko vklopimo gradient magnetnega polja, postanejo precesijske frekvence jeder krajevno odvisne. Če imamo vklopljeno samo G_x komponento, potem jedra na mestu \vec{r} precedirajo s frekvenco

$$\omega(\vec{r}) = \omega_0 + \gamma G_x x. \quad (14)$$

Če npr. slikamo valj s polmerom a , katerega os je premica $x = 0$, so frekvence jeder zvezno porazdeljene od frekvence $\omega = \omega_0 - \gamma G_x a$ (rob valja $x = -a$) do frekvence $\omega = \omega_0 + \gamma G_x a$ (rob valja $x = a$). Zastopanost posamezne frekvence je odvisna od števila jeder, ki precedirajo pri dani x koordinati. Spekter NMR torej upodablja projekcijo valja na os

x . Namesto (ω, t) zapisa uporabimo raje (\vec{k}, \vec{r}) zapis. Podobno kot je frekvenca ω povezana s koordinato z enačbo (14), definiramo še recipročno koordinato kot $\vec{k} = \frac{1}{2\pi}\gamma\vec{G}t$ in zapišemo:

$$S(\vec{k}) = \int \rho(\vec{r})e^{i2\pi\vec{k}\vec{r}} d\vec{r}, \quad (15)$$

$$\rho(\vec{r}) = \int S(\vec{k})e^{-i2\pi\vec{k}\vec{r}} d\vec{k}. \quad (16)$$

Enačbi (15) ter (16) pravita, da sta signal $S(\vec{k})$ in gostota jeder $\rho(\vec{r})$ Fourierovo povezani količini. Če torej izmerimo signal $S(\vec{k})$, lahko prek $\rho(\vec{r})$ rekonstruiramo sliko vzorca.

1.2.4 Aparatura

Aparatura za eksperiment se imenuje magnetno-resonančni tomograf in jo sestavlja več delov:

magnet. Magnet ustvarja zelo močno homogeno statično magnetno polje. Tipično so ta polja velikostnega reda nekaj tesla ($B_0 \sim T$), kar ustreza precesijskim frekvencam vodikovih jeder ($\sim 100MHz$). Največkrat uporabljamo superprevodne magnete, ki se poleg stalnega magnetnega polja odlikujejo tudi z zelo dobro stabilnostjo polja. Moramo pa jih ves čas hladiti s tekočim helijem in dušikom.

tuljave za homogenizacijo polja. Ker samo magnetno polje magneta ni nikoli dovolj homogeno, pa tudi vsak nov vzorec zaradi različne susceptibilnosti na svoj način poruši homogenost magnetnega polja, je potrebno homogenost magneta izboljševati z dodatnimi tuljavami za homogenizacijo polja. Vsaki izmed tuljav ustreza svoj tip nehomogenega polja: linearno naraščajoča polja s smermi naraščanja v x , y , ali z smeri, kvadratična polja, ki naraščajo s koordinato kot x^2 , y^2 , z^2 , xy , xz , yz , kubična polja. . . Z ustrežno kombinacijo teh polj lahko izboljšamo homogenost magnetnega polja v vzorcu.

Fazne gradientne ustvarimo s tremi gradientnimi tuljavami, ki so osnova slikanja z NMR. Ustvarjajo linearno naraščajoča polja paralelna z \vec{B}_0 s smerjo naraščanja vzdolž x , y in z osi. Jakost gradientnih tuljav je tipično velikostnega reda $10mT/m$.

sonda. Vzorec, ki ga slikamo, je vstavljen v sondo, ki je pravzaprav nihajni krog uglašen na precesijske frekvence jeder. Pri slikanju od sonde zahtevamo, da ustvarja čimbolj homogeno vrteče se magnetno polje B_1 .

RF oscilator. Pulze, s katerimi odklanjamo magnetizacijo, generiramo z RF oscilatorjem. Signali iz RF oscilatorja (larmorjeva frekvenca ω_0 ; zelo stabilni) se uporabljajo tudi pri fazni detekciji signala. Obliko ovojnice¹ za RF signale generira poseben generator, modulator pa vstavi RF signal v ovojnico. RF oddajnik nato ojači pulze iz modulatorja v prave RF pulze (trdi RF pulzi trajajo $\sim 10\mu s$, mehki pa $\sim 5ms$). Moč oddajnikov je velikostnega reda $100W$. Signal iz sonde gre skozi predojačevalnik na pasovni filter, ki spušča le frekvence s sredino pri ω_0 in s pasovno širino, ki je enaka frekvenčni širini slike, ki je tipično $\sim 25kHz$. Signal gre nato v fazni detektor, od tam pa v računalnik, ki skrbi za izvajanje pulznih zaporedij ter ima ves čas nadzor nad vso spremljajočo elektronsko opremo in je zadolžen za izračun slike iz zajetega signala NMR.

1.3 Meritve in rezultati

1.3.1 Metoda

Če želimo uporabiti enačbo (16), moramo poznati signal po celotni k ravnini. Slednjega smo dobili z 2DFT tehniko slikanja s spinskim odmevom: na vzorec delujemo s $\frac{\pi}{2}$ sunkom, vklopimo fazna gradienta v x in y smeri, delujemo z RF pulzom π , nato pa vključimo bralni gradient G_x . Ta postopek omogoča pridobivanje signala iz celotne k ravnine v najkrajšem možnem času.

$\frac{\pi}{2}$ sunek zasuka magnetizacijo \vec{M} v xy ravnino. Fazni gradient G_y^E povzroči premik vzdolž k_y osi za $k_y = \frac{1}{2\pi}\gamma G_y^E t_f$, kjer je t_f čas po $\frac{\pi}{2}$ sunku, ko sta vklopljena fazna gradienta.

Signal v mreži $2N \times 2N$ točk k prostora zajamemo z $2N$ kratnim ponavljanjem zaporedja: po zasuku magnetizacije \vec{M} s $\frac{\pi}{2}$ pulzom v xy ravnino, vklopimo fazni gradient G_y^E (G_y^E povečujemo preko celotne meritve s korakom ΔG_y^E od začetne vrednosti $G_y^E = -N\Delta G_y^E$ do končne vrednosti $G_y^E = (N-1)\Delta G_y^E$). Če bi sedaj takoj vklopili bralni gradient

¹Z obliko ovojnice selektivno vzbujamo jedra samo na določenem mestu in tako omogočimo 3D slikanje.

G_x in bi beležili signal $S(\vec{k})$ v časih iT ($i = 1 : N$), bi zajeli signal zgolj v pozitivni k ravnini ($k_x > 0$) in rekonstrukcija celotne slike ne bi bila mogoča. Vrednosti signala za $k_x < 0$ bi lahko dobili s ponovitvijo postopka, če bi vključili bralni gradient $-G_x$, a bi to pomenilo še enkrat daljši čas čakanja pri zajemu signala. Zato da signal $S(k)$ iz celotne k ravnine zajamemo v samo $2N$ korakih, vklopimo fazni gradient G_x^E še v x smeri. Veljati mora $G_x^E t_f \geq G_x NT$, saj le tako lahko zajame enaka deleža negativnega in pozitivnega dela k ravnine. Zveza $k_x = \frac{1}{2\pi} \gamma G_x^E t_f$ pravi, da se premikamo v k_x in ne v $-k_x$ smeri, kot bi se morali. Problem se lahko reši z vklopom $-G_x^E$ gradienta, a raje po času $\tau = \frac{TE}{2}$ delujemo na vzorec z RF pulzom π , ki spremeni fazo precesije jeder za π , kar da enak efekt, kot bi ga dal negativni fazni gradient oziroma obrat časa (to metodo uporabljamo namesto vklopa negativnega faznega gradienta tudi zato, da se znebimo fazne razpršenosti v $x'y'$ ravnini, ki jo povzroča nehomogenost magnetnega polja). Končno vklopimo še bralni gradient pri času $t = -NT$, tako da imamo v času $t = 0$ vrh signala (spinski odmev). Z meritvijo nadaljujemo do časa $t = (N - 1)T$.

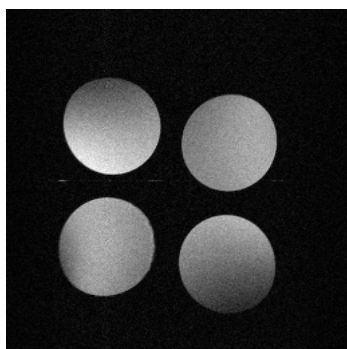
1.3.2 Meritve

Posneta je bila gostotno, $T1$ in $T2$ obtežena slika testnega vzorca vode, alkohola, glicerina ter olja s parametri

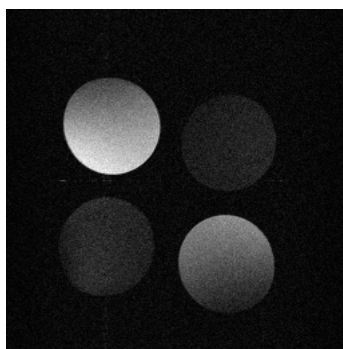
	TR [ms]	TE [ms]
gostotno obtežena slika	3000	12
$T1$ obtežena slika	400	12
$T2$ obtežena slika	3000	40

Tabela 1: Parametri slikanja pri različno obteženih slikah.

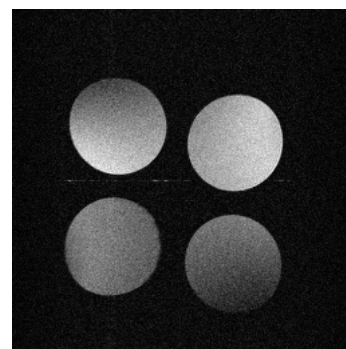
S parametri iz tabele (1) smo tako dobili slike vzorcev



Slika 1: Gostotno obtežena slika.



Slika 2: $T1$ obtežena slika.



Slika 3: $T2$ obtežena slika.

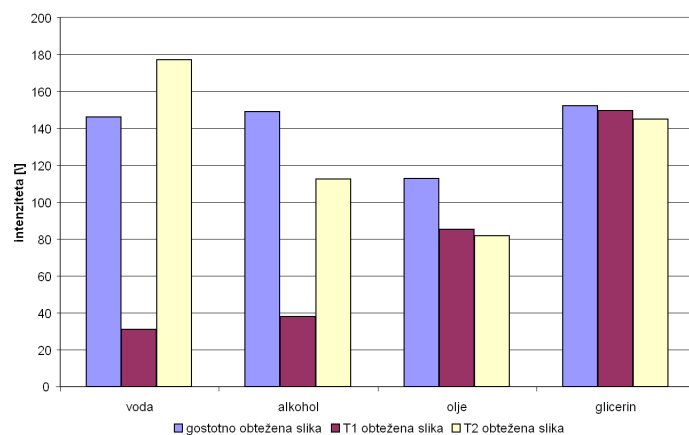
Na slikah (1), (2) ter (3) je zgoraj levo glicerina, zgoraj desno voda, spodaj levo alkohol, spodaj desno pa olje.

1.3.3 Rezultati

Program ImageJ na označenem območju pregleda intenzitete posameznih pikslov, izračuna povprečno vrednost in standardno deviacijo (odklon) intenzitete. Intenziteta se meri od 0 do 256, kjer 0 pomeni brez intenzitete (na sliki (1) črna barva), 256 pa največjo intenziteto (na sliki (1) bela barva). Na tak način smo izmerili intenzitete vzorcev na slikah (1), (2), (3) ter dobili

vzorec	I_g [I]	σ_{I_g} [I]	I_{T1} [I]	$\sigma_{I_{T1}}$ [I]	I_{T2} [I]	$\sigma_{I_{T2}}$ [I]
voda	146.194	21.545	30.891	9.741	177.115	26.900
alkohol	149.086	22.344	37.894	10.337	112.339	17.758
glicerina	152.267	45.940	149.678	43.878	144.824	42.244
olja	112.636	36.712	85.154	30.821	81.622	26.011

Tabela 2: Intenzitete ter ustrezne standardne deviacije izmerjene pri gostotno, $T1$ ter $T2$ obteženi sliki.



Slika 4: Intenzitete vzorcev pri različnih parametrih slikanja.

Na slikah vzorcev (slike (1), (2) ter (3)) in na zgornjem diagramu (slika 4) opazimo, da je kontrast močno odvisen od izbire parametrov slikanja. Iz dobljenih podatkov lahko tako zaključimo, da ima olje najmanjšjo gostoto protonov oz. vodikovih jeder, medtem, ko jih imajo voda, glicerin ter alkohol približno enako².

Intenziteto signala vzorca v $T1$ in $T2$ obteženi sliki delimo z intenziteto signala istega vzorca v gostotni sliki in preverimo, če se tako normirane intenzitete ujemajo s teoretično napovedanimi

$$\frac{S_{T1}}{S_g} = \frac{(1 - e^{-\frac{400ms}{T1}})}{(1 - e^{-\frac{3000ms}{T1}})} \quad (17)$$

za normirano $T1$ obteženo sliko in

$$\frac{S_{T2}}{S_g} = e^{-\frac{28ms}{T2}} \quad (18)$$

za normirano $T2$ obteženo sliko. Teoretično napovedane izračunamo s pomočjo relaksacijskih časov, ki so bili izmerjeni pri nekem drugem eksperimentu

	$T1$ [ms]	$T2$ [ms]
voda	2500	1870
alkohol	1790	1140
olje	133	53
glicerin	143	120

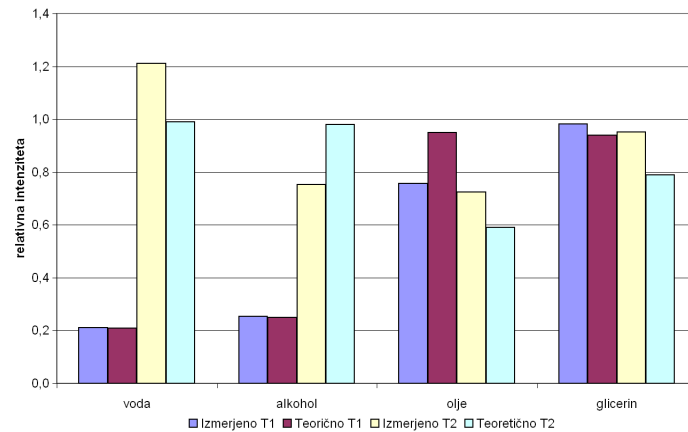
Tabela 3: Izmerjeni relaksacijski časi.

Tako dobimo

vzorec	I_{T1}/I_g	r_{T1}	$\frac{(1 - e^{-\frac{400ms}{T1}})}{(1 - e^{-\frac{3000ms}{T1}})}$	I_{T2}/I_g	r_{T2}	$e^{-\frac{28ms}{T2}}$
voda	0.21	0.46	0.21	1.21	0.30	0.99
alkohol	0.25	0.42	0.25	0.75	0.31	0.98
olje	0.76	0.69	0.95	0.72	0.64	0.59
glicerin	0.98	0.59	0.94	0.95	0.59	0.79

Tabela 4: Eksperimentalna vrednost, relativna napaka eksperimentalne vrednosti r , teoretična napoved.

²Napako (voda bi morala imeti najmanj protonov) povzročijo izbrane nastavitve parametrov, ki so za vse snovi različne. Mi smo namreč za vse vzorce uporabili iste nastavitve določene za zajem izbrane obtežene slike.



Slika 5: Primerjava izmerjenih ter teoretičnih normiranih intenzitet.

Iz tabele (4) ter diagrama (5) razberemo, da se merjene in teoretično napovedane vrednosti odlično ujemajo za $\frac{I_{T1}}{I_g}$ normiranje (razen v primeru olja). Malce slabše to velja za $\frac{I_{T2}}{I_g}$ normiranje.

1.3.4 Napaka

Vsaka slika ima šum, ki doprinese napako pri intenziteti. Ta šum je predvsem šum sprejemne RF sonde in sprejemne elektronike. Do izraza pride predvsem pri slikah vzorcev z majhnimi intenzitetami. Do napak pri meritvah prihaja tudi zaradi nehomogenosti statičnega magnetnega polja, kar povzroča lokalno različne larmorjeve frekvence in posledično različne signale. Tem napakam se lahko delno izognemo z uporabo tuljav za homogenizacijo polja. Še več. Na slikah (1), (2) ter (3) opazimo bolj potemnjena območja le na robovih. Torej lahko rečemo, da le-tam polje ni povsem homogeno. Tako sem se pri analizi ognila tem področjem. Vendar ta popravek rezultata ne izboljša kaj prida, saj je področje z zmanjšano intenziteto majhno. Glavni prispevek k napaki prineseta torej sprejemna RF sonda in sprejemna elektronika.

1.4 Zaključek

Na vzorcih vode, alkohola, olja in glicerina smo z 2DFT tehniko slikanja s spinskim odmevom posneli gostotno, $T1$ in $T2$ obteženo sliko ter potrdili teoretična pričakovanja. Videli smo, da so relaksacijski časi različni tekočin med seboj zelo različni. To pa močno vpliva na kontrast slike, ki je odvisen od parametrov slikanja, zato je pred slikanjem vzorca dobro vedeti, iz česa je le-ta sestavljen. Seveda pa imamo v realnem življenju (slikanje organizmov) skoraj vedno opraviti z nehomogenimi vzorci, zato je potrebno poiskati kompromis med dejanskimi in teoretičnimi nastavitvami. Zato so lahko kontrasti pri zelo heterogenih vzorcih dokaj slabi. Pri uporabi obravnavane tehnike za medicinske namene je torej že pred slikanjem dobro vedeti, katero tkivo želimo najbolje videti, zato da se parametre slikanja primerno nastavi.

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] I. Serša. *Slikanje električnih tokov z magnetno resonanco*. Ljubljana, 1996
- [3] F. Demšar, V. Jevtič, G. G. Bačić. *Slikanje z jedrsko magnetno resonanco*.
- [4] <http://rsb.info.nih.gov/ij>

2 Presevna elektronska mikroskopija nanocevk

datum meritve: 10.11.2004

izvedba vaje: soba 120, IJS

vodja vaje: prof. dr. Maja Remškar, IJS

2.1 Naloga

Naredi se mikroskopija nanocevk pri velikih povečavah in uklonskem kontrastu, opazuje se recipročni prostor ter določi kot kiralnosti cevk iz medsebojnega zasuka delnih spektrov recipročnega prostora.

2.2 Fizikalno ozadje

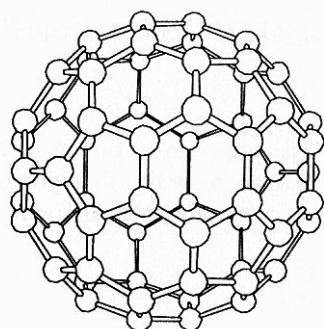
2.2.1 Nanocevke

Nanocevke delimo na organske (ogljikove) nanocevke ter anorganske nanocevke. Glavna razlika med njima je v tem, da pri anorganskih namesto ogljika (grafita) nastopajo drugi elementi (S , Se , Te ...). Skupno pa jim je to, da jih uvrščamo med enodimenzionalne materiale, ker je kvocient dolžine s premerom nanocevke velik.

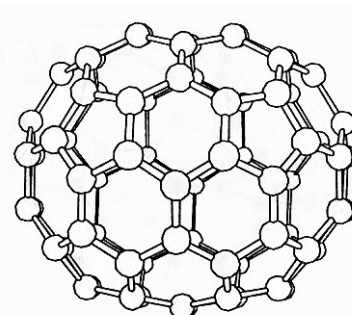
Ogljikove nanocevke

Najmočnejši material, 100-krat trdnejši od jekla pri le eni šestini mase jekla, lahko gre skozi stene celic, elektriko prevaja bolje kot baker, pri prevajanju toplote pa je boljši od naravnega diamanta - to so ogljikove nanocevke: lahke, upogljive, toplotno stabilne, kemijsko inertne, skoraj nepropustne za radiacijo, absorbirajo UV svetlobo, prepuščajo vidno svetlobo, sposobne biti kovinske ali pa polprevodniške (odvisno od "zvitosti" cevke).

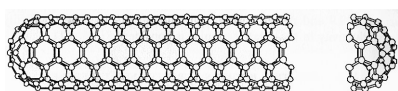
Predstavljamo si jih lahko kot cevaste fullerene, saj jih lahko primerjamo z grafitom zvitim v valj, na obeh koncih pa ponavadi po polovico fullerena (cevke pa so lahko tudi odprte). Tip fulerena "pripet" na nanocevko vpliva na geometrijo nanocevke.



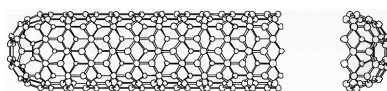
Slika 6: Fulleren C_{60} (60 ogljikovih atomov sestavlja sfero).



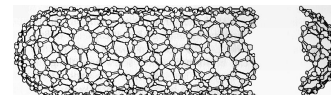
Slika 7: Fulleren C_{70} (70 ogljikovih atomov sestavlja sfero).



Slika 8: $V(n,0)$ cilinder zavrit enoslojni grafitov "list" na obeh koncih pokrit s polovico fullerenske molekule oz. stol nanocevka z enojno steno.



Slika 9: $V(n,n)$ cilinder zavrit enoslojni grafitov "list" na obeh koncih pokrit s polovico fullerenske molekule oz. kad nanocevka z enojno steno.

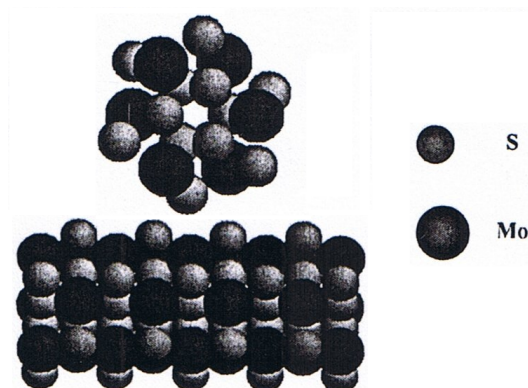


Slika 10: $V(2n,n)$ cilinder zavrit enoslojni grafitov "list" na obeh koncih pokrit s polovico fullerenske molekule oz. kiralna nanocevka z enojno steno.

Anorganske nanocevke

Kmalu po odkritju ogljikovih nanocevk so znanstveniki na Weizmannovem inštitutu v Izraelu in na Institutu J. Stefan v Ljubljani uspeli sintetizirati nanocevke in mikrocevke MoS_2 in WS_2 . Ti votli kristali s cilindrično geometrijo

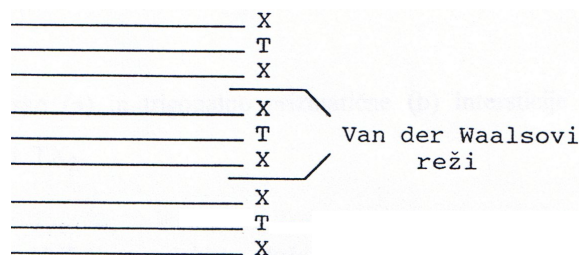
so izjemno nenavadna oblika anorganskih spojin. Najmanjše cevke imajo premer nekaj deset nanometrov. Njihove izredne lastnosti lahko zaznavno predrugačimo že z majhnimi spremembami premera in vijačnosti cevk. Prednosti anorganskih cevk pred ogljikovimi pa se pokažejo ob uporabah pri visokih temperaturah, tlakih in obtežitvah.



Slika 11: Strukturni model enoplastne MoS_2 nanocevke z vrha ter strani.

Dihalkogenidi prehodnih kovin

Kristali dihalogenidov prehodnih kovin imajo plastno strukturo, ki sestoji iz sendvičev halogen - prehodna kovina - halogen ($X - T - X$). Medtem, ko so atomi T in X vezani med seboj z močnimi, pretežno kovalentnimi vezmi, so sendviči med seboj povezani z relativno šibkimi Van der Waalsovimi vezmi, zato kristale TX_2 z lahkoto cepimo vzdolž Van der Waalsovih rež (slika (12)). Podobno je pri ogljikovih nanocevkah oz. grafitu, ki ga z lahkoto cepimo med plastmi satovja.



Slika 12: Plastna struktura kristalov TX_2 .

Prehodne kovine, ki tvorijo s halogeni ($X = S, Se, Te$) plastne kristale TX_2 , so iz *IV.*, *V.*, *VI.* in deloma *VIII.* grupe periodnega sistema.

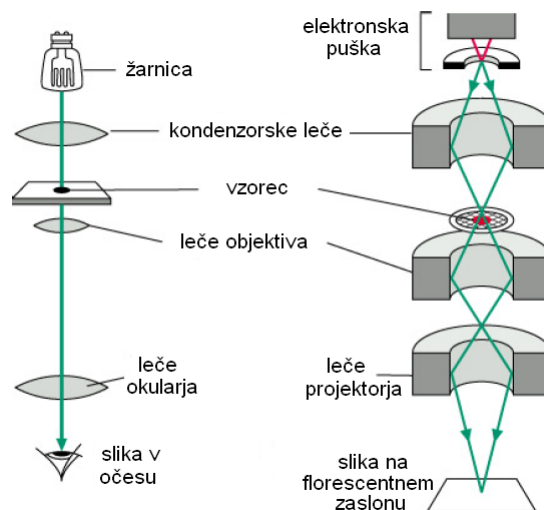
2.2.2 Aparatura

Pri mikroskopiji nanocevk je bil uporabljen visokoločljivostni presewni/transmisijski elektronski mikroskop na poljsko emisijo TEM (transmission electron microscope) Jeol 2010 F.



Slika 13: Transmisijski elektronski mikroskop.

Transmisijski elektronski mikroskop deluje na istih principih kot svetlobni mikroskop, le da namesto svetlobe uporablja proste elektrone, ki jih usmerja oz. pospešuje elektromagnetno polje.



Slika 14: Primerjava svetlobnega mikroskopa s TEM.

Kaj lahko opazujemo s svetlobnim mikroskopom je omejeno z valovno dolžino svetlobe oz. elektronov v primeru TEM.

Valovna dolžina elektronov je po de Broglie-jevi relaciji: $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ in je gibalna količina $p = mv$, kjer je masa m :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (19)$$

m_0 je mirovna masa, c je hitrost svetlobe, v je hitrost elektronov. Valovna dolžina elektronov, ki so pospešeni z napetostjo V , je:

$$\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_0eV(1 + \frac{2eV}{m_0c^2})}} \quad (20)$$

in znaša $0.0037nm$ pri $V = 100kV$.

Veliko manjše valovne dolžine elektronov v primerjavi s fotoni omogočajo tisočkrat boljše ločljivost kot svetlobni mikroskop. Opazujemo lahko objekte velikosti nekaj \AA . Praktično lahko z elektronskimi mikroskopi dosežemo ločljivost do $0.1 - 0.2nm$ (svetlobni mikroskop pa $200 - 350nm$) in do 400.000-kratno povečavo (z močjo snopa elektronov narašča povečava).

“Svetlobni vir” na vrhu mikroskopa je elektronska puška: vroča volframova katoda ($\sim 2700K$) z napetostjo $50 - 100kV$, ki oddaja elektrone in jih pospeši proti anodi (paralelen elektronski snop). Zaradi sipanja in absorpcije elektronov na molekulah plina ter prašnih delcih je potrebno delati v vakuumu. Namesto steklenih leč, ki zbirajo svetlobo v svetlobnem mikroskopu, TEM izkorišča elektromagnetne leče ter kondenzorske zaslonke, ki zbirajo elektrone v zelo tanek žarek (fokusirajo in omejujejo snop žarkov). Ta nato potuje skozi vzorec, ki ga želimo preučevati. Tu se snop elektronov na kristalni mreži siplje, tako, da poleg prepuščenega curka dobimo uklonjene curke. Do uklona pride na tistih kristalnih ravninah (hkl), pri katerih je uklonski vektor $\vec{k} - \vec{k}_0$ enak vektorju recipročne mreže

$$\vec{k} - \vec{k}_0 = \vec{g} = h\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c} \quad (21)$$

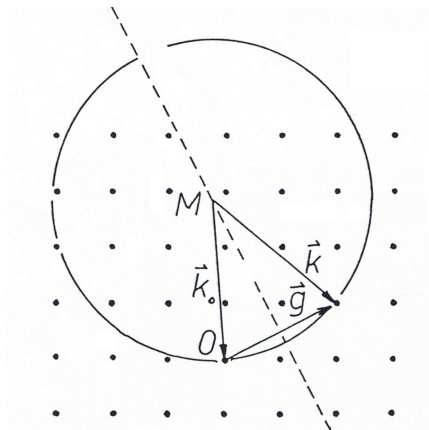
Ta pogoj je mogoče tudi grafično predstaviti s konstrukcijo t.i. Ewaldove krogle (slika (15)). Ewaldovo kroglo konstruiramo tako, da iz izhodišča recipročne mreže narišemo daljico v nasprotni smeri elektronskega curka z dolžino $|\vec{k}_0|$. Iz krajišča M narišemo kroglo z radijem $|\vec{k}_0|$. Gornji pogoj je avtomatično izpolnjen za točke recipročne mreže, ki ležijo na površini Ewaldove krogle. Iz povezav

$$|\vec{k} - \vec{k}_0| = \frac{2 \sin \theta}{\lambda} 2\pi \quad (22)$$

$$|\vec{g}| = m \frac{2\pi}{d_{hkl}}, \quad (23)$$

pri čemer je θ uklonski kot in d_{hkl} medmrežna razdalja v družini ravnin (hkl), $m \in \mathcal{Z}$, sledi Braggov pogoj

$$2d_{hkl} \sin \theta = m\lambda. \quad (24)$$



Slika 15: Konstrukcija Ewaldove krogle. \vec{g} je vektor recipročne mreže, \vec{k}_0 je valovni vektor vhodnega žarka, \vec{k} pa je valovni vektor žarka po Braggovem odboju.

Objektivna leča elektronskega mikroskopa tvori uklonsko sliko kristalnega preparata v svoji zadnji goriščni ravnini. To sliko lahko opazujemo v elektronskem mikroskopu tako, da jo z eno ali dvema lečama povečano preslikamo na fluorescenčni zaslon (ali pa kamero), ki omogoča nastanek senčne slike vzorca z različnimi deli, prikazanimi različno temno, odvisno od njihove gostote. Nastanek slike je namreč povezan z amplitudnim kontrastom.

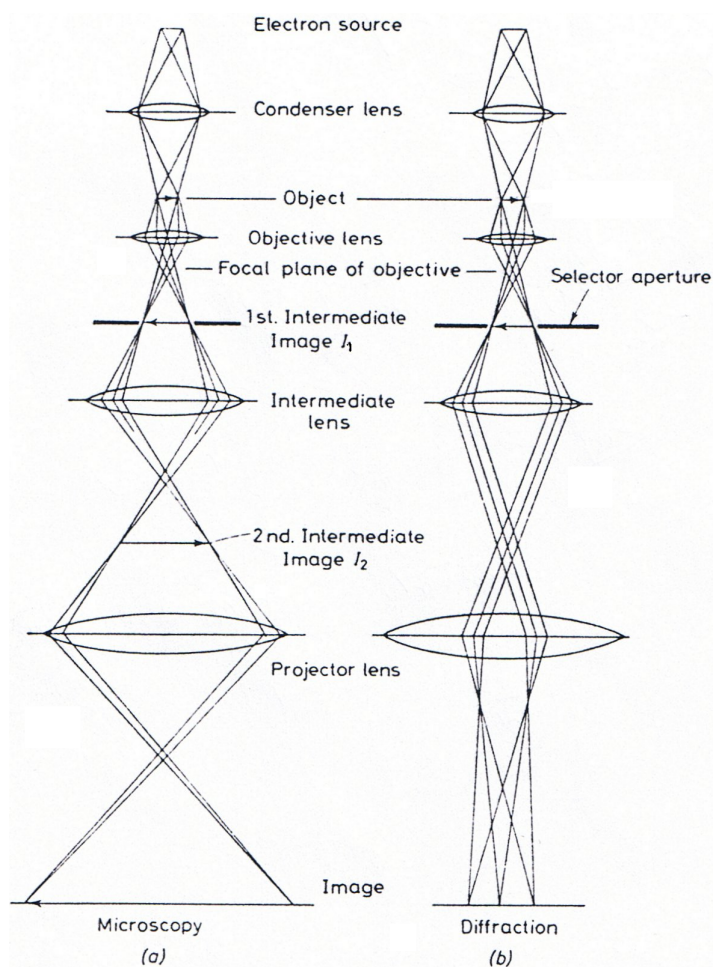
Amplitudo uklonjenih curkov pa je mogoče izračunati iz Fourierove transformacije kristalne mreže

$$A(\vec{k} - \vec{k}_0) = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{o=1}^O f_k e^{-2\pi i(\vec{k} - \vec{k}_0)(\vec{r}_g + \vec{r}_k)}, \quad (25)$$

pri čemer najprej seštevamo po n atomih v osnovni celici, potem pa po robovih kristala. Pri tem je radij-vektor \vec{r}_g

$$\vec{r}_g = m\vec{a} + n\vec{b} + o\vec{c}. \quad (26)$$

Shema elektronskega mikroskopa:



Slika 16: Elektronski mikroskop ima sistem elektromagnetnih leč, ki imajo enako funkcijo kot steklene leče v svetlobnem mikroskopu: kondenzor zbere snop elektronov na preparatu, objektiv poveča sliko predmeta, projektiv, ki ustreza okularju, pa sliko, ki jo je dal objektiv, še poveča in jo projicira na fluorescentni zaslon ali fotografski film. a) Pogoji za mikroskopiranje (vidimo pravo sliko). b) Pogoji za difrakcijo (vidimo uklonjeno sliko).

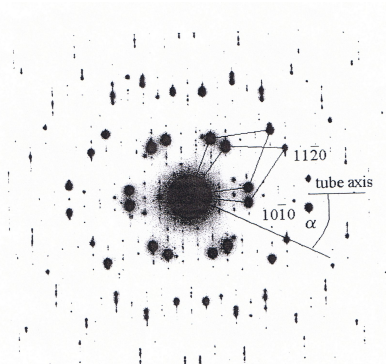
Pri elektronskih mikroskopih, pri katerih ločilna zmožnost ne zadošča za razločevanje kristalne mreže vzorca, upodablamo kristalne materiale z izrabljanjem t.i. uklonskega kontrasta, kar pomeni, da s primerno zaslonko v zadnji goriščni ravnini objektivna izberemo samo neuklonjeni curek (slika v svetlem polju) ali enega od uklonjenih curkov (slika v temnem polju), vse druge pa zaslonka zadrži.

2.3 Meritve in rezultati

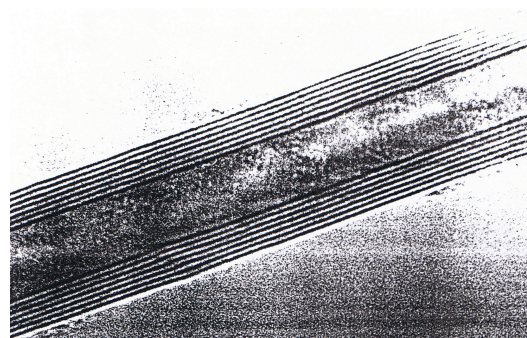
2.3.1 Metoda

Presevna elektronska mikroskopija v svetlem in temnem polju, visokoločljivostna elektronska mikroskopija in elektronska difrakcija.

2.3.2 Meritve



Slika 17: Vzorec MoS_2 nanocevke dobljen z elektronsko difrakcijo. Difrakcijski diagram je superpozicija dveh heksagonalnih vzorcev, saj cevke rastejo spiralno oz. elektroni so se sipali na obeh stenah nanocevke. Iz posnetka lahko razberemo kiralnost rasti nanocevke oz. kiralni kot α , ki pove za koliko je os cevke zarotirana glede na smer $[10\bar{1}0]$.



Slika 18: Visoko resolucijski elektronski mikroskopski posnetek MoS_2 nanocevke premera $15nm$. Vidi se, da je cevka je zgrajena iz 7 plasti.

2.3.3 Rezultati

Iz slike (17) lahko odčitamo kiralni kot α , ki meri $25^\circ \pm 0.5^\circ$.

2.3.4 Napaka

Do napake pride pri fokusiranju vzorca oz. zaradi nesovpadajoče ravnine vzorca s fokusno ravnino, zaradi sferične aberacije, ker se žarki na različnih mestih leče različno močno uklanjajo ter zaradi dvojne difrakcije (sipanje elektronov). Do napake pri določitvi kiralnega kota α pa je prišlo predvsem zaradi slabše natančnosti pripomočka za odčitavanje kotov.

2.4 Dodatna vprašanja

Kakšen vakuum je potreben pri meritvi? Kakšna vakuumška črpalka je bila uporabljena?

Podobno kot za rast ljubljanskih nanocevk, kjer je potreben tlak stotinke paskala ($10^{-4}mbar$), kar spada že v visoki vakuum, je tudi pri meritvi potreben tak vakuum, ki ga dosežemo z rotacijsko črpalko, s katero se doseže tlak maksimalno do $10^{-3}mbar$ ter minimalno $10^{13}molekul/cm^3$, ki imajo prosto pot veliko maksimalno do $10cm$ in nato še z difuzijsko črpalko do željenega tlaka. Črpalke pa morata venomer biti vklopljeni.

2.5 Zaključek

Transmisijska elektronska mikroskopija je uporabna v znanosti (mikroskopija novih materialov, tankih plasti, mejnih površin med kristalnimi zrnji ali večplastnimi nanosi, vzorci nanometrskih razsežnosti, kot so nanoprahovi in nanocevke), v industriji in kontroli okolja (mikroanaliza reakcijskih produktov v posameznih stopnjah industrijskih procesov). Prav tako pa predstavljajo nanocjevke oz. nanomateriali perspektivno področje. Sedaj obstaja že barvni zaslon, ki so ga izdelali pri Samsungu, narejen na osnovi ogljikovih nanocevk. Prav tako že obstajajo zasloni prenosnih računalnikov, lahka teniška oprema in vezja računalniških komponent iz nanocevk. Izdelana je bila tudi nanopinceta. V teku je

NASA-in projekt študije nanocevk, ki bi se usmeril predvsem v njihovo uporabo v vesoljskih potovanjih. Saj bi vesoljska plovila (kot avtomobili) postala veliko lažja (nanocevke so zelo lahke, ker so votle), na račun tega pa bi lahko v vesolje peljali večjo maso uporabnega tovora. Pred kratkim pa so ugotovili, da se pojav fluorescence (substancia absorbira eno valovno dolžino, odda pa drugo) pojavi tudi pri nanocevkah, kar pa bi lahko uporabili za ultrazvok. Z optičnimi biosenzorji bi lahko iskali rakaste celice (tumorje) oz. bi lahko pregledali več stvari hkrati. To bi bilo možno z več nanocevkami (z različnimi premeri, saj je valovna dolžina pri fluorescenci ogljikove nanocevke odvisna od premera; vsaka nanocevka pa oddaja fluorescenco le ene valovne dolžine) skupaj. Vendar je problem v izdelavi cevk s točno določenim premerom. Dokler to ne bo obvladano, v računalništvu še ne bodo dejansko v uporabi. Sedaj že obstajajo litijeve baterije, ki vsebujejo C-nanocevke namesto grafitu. Izkazalo se je, da so boljše, saj vzdržijo dlje. To pa zato, ker v grafitu pride le en litijev ion na šest ogljikovih, v nanocevki pa se litij nahaja kar v njeni votlini. Tudi baterije v prenosnih računalnikih vsebujejo nanocevke, ki pa so večplastne (vendar vseeno podaljšajo rok baterije v primerjavi z grafitom). Take baterije pa je tudi lažje reciklirati. Razmišlja se tudi v smeri izdelave kemičnih senzorjev, gorivnih celic, prenosnih naprav rentgenskih žarkov (za generacijo visoko energijskih elektronov za rentgenske žarke ne potrebujemo visoke temperature, nanocevko je potrebno dati le v polje, kjer začne delovati kot elektronska puška), umetnih mišic... Skratka, področje je veliko in obetavno.

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] Barbara Horvat. *Ogljikove nanocevičice, seminar 1*

3 EXAFS

datum meritve: 15.11.2004, 17. ter 18. 11.2004, 19.11.2004

izvedba vaje: Laboratori za rentgensko absorpcijsko spektroskopijo, soba 219, IJS

vodja vaje: prof. dr. Iztok Arčon, IJS

3.1 Naloga

S pomočjo rentgenske svetlobe se izmeri absorpcijski spekter kovinskega kobalta v okolici absorpcijskega roba K. Spekter se energijsko kalibrira s pomočjo karakterističnih rentgenskih črt. Iz tega se dobi signal EXAFS, s pomočjo Fourierove transformacije pa še razvrstitev sosednjih atomov po lupinah okoli posameznega atoma kobalta v kristalni mreži.

3.2 Fizikalno ozadje

3.2.1 EXAFS

Prevladujoči proces pri absorpciji rentgenske svetlobe v snoveh pri energijah fotonov pod 100keV je fotoefekt. Pri pragu za ionizacijo posamezne notranje lupine atoma se v spektru absorpcijskega koeficienta pojavi skokovit porast (absorpcijski rob), ki je posledica odprtja novega kanala za fotoabsorpcijo. Nad absorpcijskimi robovi natančne meritve pokažejo drobno strukturo, ki je naložena na gladek potek absorpcijskega koeficienta. Imenujemo jo EXAFS (extended X-ray absorption fine structure) in se pojavi vedno, ko je atom, na katerem se je zgodil fotoefekt, obdan z drugimi atomi (le v primeru popolnoma prostih atomov (žlahtni plini, enoatomne pare) signala EXAFS nad absorpcijskim robom ni). Strukturni signal EXAFS izhaja iz valovne narave končnega stanja fotoelektrona. Končno stanje fotoelektrona z maso m je izhajajoči krogelni val z valovnim vektorjem

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - E_0)}. \quad (27)$$

E_0 je vezavna energija elektrona v notranji lupini, E pa energija vpadnega fotona, ki povzroči fotoefekt. V primeru, da so v okolici ioniziranega atoma prisotni sosednji atomi, se izhajajoči fotoelektronski val na njih siplje, sipani valovi pa interferirajo z izhajajočim valom. Interferenca izhajajočega in sipanega vala na mestu absorpcije vpliva na verjetnost za fotoefekt. Interferenca je lahko konstruktivna ali destruktivna, odvisno od valovne dolžine fotoelektrona in faznega premika, ki ga pridobi fotoelektron na poti do sosedja in nazaj do izhodišča. Iz absorpcijskega spektra signal EXAFS izločimo kot

$$\chi = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \quad (28)$$

μ je potek absorpcijskega koeficienta, μ_0 pa gladki potek absorpcijskega koeficienta (dobili bi ga, če v bližini ne bi bilo drugih atomov). Če upoštevamo samo prispevke enojnih sipanj fotoelektrona na sosednjih atomih, lahko EXAFS zapišemo kot

$$\chi(k) = \sum_i A_i(k) \sin(2kR_i + \delta_i), \quad (29)$$

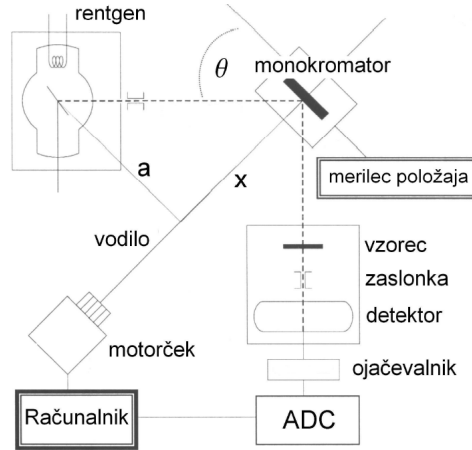
kjer so R_i razdalje do posamezne lupine sosedov, δ_i dodatni fazni premiki, A_i pa amplitude posameznih sinusnih členov, ki so sorazmerne številu in vrsti atomov v posamezni lupini. Prispevke posameznih lupin sosedov v spektru EXAFS določimo s Fourierovo transformacijo

$$F(r) = \int_0^\infty \chi(k) e^{-2ikr} dk. \quad (30)$$

Vsak sinusni člen prispeva en vrh v absolutni vrednosti $F(r)$. Velikost vrha je sorazmerna številu atomov v lupini, njegov položaj pa ustreza razdalji od centralnega atoma do sosednjih atomov.

3.2.2 Aparatura

Izvir rentgenske svetlobe je rentgenska cev z molibdenovo anodo. Rentgenski napajalnik omogoča nastavitve delovne napetosti v območju od 20kV do 60kV in toka v območju 5mA do 60mA . Oboje je stabilizirano na 0.001% pri 1% variacijah omrežne napetosti. Svetlost izvira je linearno sorazmerna z anodnim tokom, anodna napetost pa določa maksimalno energijo fotonov v izsevanem rentgenskem spektru. Z večanjem anodne napetosti se večja tudi anodni tok, a zveza ni linearna.



Slika 19: Aparatura, uporabljena pri meritvi.

Belo rentgensko svetlobo iz rentgenske cevi monokromatiziramo z enokristalnim Bragovim monokromatorjem. Curek svetlobe iz cevi, ki ga omejuje zaslonka, se siplje na kristalu pod Bragovim kotom θ v smeri detektorja. Valovna dolžina svetlobe λ v sipanem curku je podana z

$$2d \sin(\theta) = N\lambda, \quad (31)$$

kjer je d mrežna razdalja v kristalu, N pa red sipanja. S premikanjem monokromatorskega kristala vzdolž pogonske osi x spreminjamo Bragov kot. Velja

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}. \quad (32)$$

Od tod pa dobimo

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2}}, \quad (33)$$

Kjer je a pravokotna oddaljenost rentgenske svetlobe od vodila. Energijo fotonov pri legi x zapišemo kot

$$E = h \frac{c}{\lambda} = N \frac{hc}{2d} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2}. \quad (34)$$

Jakost curka enobarvne svetlobe po prehodu skozi vzorec merimo s proporcionalnim števcem. Signale vodimo preko predojačevalnika in ojačevalnika na ADC, od tam pa v večkanalni analizator.

3.3 Meritve in rezultati

3.3.1 Metoda

Energijski spekter sipane svetlobe vsebuje pri danem θ fotone vseh redov, kolikor jih je v zveznem spektru iz cevi. Proporcionalni detektor posamezne rede dobro medsebojno loči, tako da lahko s pomočjo diskriminatorjev v večkanalnem analizatorju štejemo fotone samo iz enega reda. Pri vaji uporabljamo fotone v energijskem področju od 7400eV do 8600eV , monokromatorski kristal je LiF z mrežno konstanto $2d = 0.2844\text{nm}$. Na rentgenski cevi izberemo najnižjo delovno napetost 20kV . Zajem meritev poteka preko programskega vmesnika Zapeljivka. Vmesnik najprej premakne kristal v zahtevano lego x , nato zbere vse sunke v danem (nastavljenem) času in jih naloži v ustrezni kanal. Nato premakne kristal naprej s predpisanim korakom. Tako zmerimo celoten spekter sipane svetlobe. Na zvezni spekter zavornega sevanja so naložene nekatere karakteristične rentgenske črte iz rentgenske cevi, ki jih uporabimo za energijsko kalibracijo spektrov.

Absorpcijski koeficient vzorca $\mu(E)$ pri izbrani energiji fotonov dobimo iz zveze

$$I = I_0 e^{-\mu d}. \quad (35)$$

Absorpcijski spekter, ki prikazuje energijski potek absorpcijskega koeficienta, lahko torej izračunamo iz spektrov intenzitete izmerjenih z absorberjem in brez njega. Spekter brez absorberja je spekter intenzitete vpadnega curka

$(I_0(E))$, spekter z absorberjem je spekter intenzitete prepuščenega curka ($I(E)$) skozi debelino vzorca D (za signal EXAFS debeline vzorca ni potrebno poznati). Iz zgornje enačbe sledi

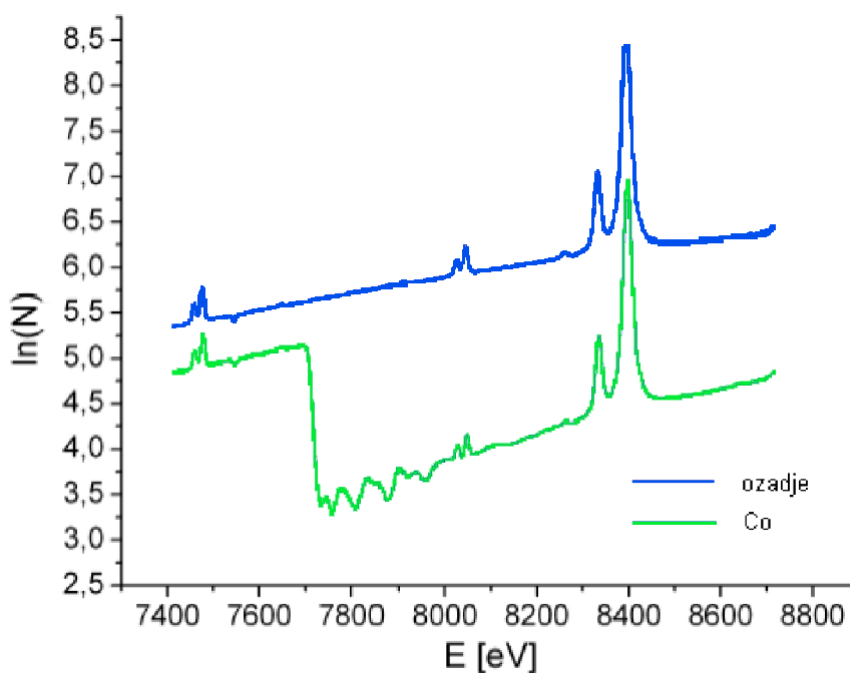
$$\mu(E)D = \ln\left(\frac{I_0(E)}{I(E)}\right), \quad (36)$$

kjer je μ celoten absorpcijski koeficient. Tokova I in I_0 morata biti ustrezno normirana (na čas in električni tok), saj sta le tako primerljiva. Ker je signal EXAFS nad robom K posledica modulacije preseka za fotoefekt v lupini K, moramo iz celotne absorpcije izločiti prispevek lupine K (odšteti prispevke ostalih lupin)

$$\mu_K(E) = \mu(E) - \mu_P(E). \quad (37)$$

Prispevke preostalih elektronskih lupin $\mu_P(E)$ določimo v energijskem področju pred absorpcijskim robom. Za oceno $\mu_P(E)$ lahko uporabimo kar linearno funkcijo. Signal EXAFS izračunamo s pomočjo enačbe (28), v imenovalcu pa vstavimo velikost skoka absorpcijskega roba. Na tem mestu se vidi, da debeline za strukturni signal EXAFS vzorca niti ni potrebno poznati. Energijsko skalo pretvorimo v skalo valovnega vektorja s pomočjo enačbe (27), kjer je $E_0 = 7708.9\text{eV}$ energija kobaltovega absorpcijskega roba K. S Fourierovo transformacijo nato določimo funkcijo $F(r)$ (enačba (30)).

3.3.2 Meritve



Slika 20: Spekter intenzitete fotonov vpadlih na proporcionalni števec v odvisnosti od energije (Bragov spekter). Zelena krivulja prikazuje spekter z absorberjem, modra pa ozadje (ozadje je za normalizacijo (zaradi drugačnih pogojev pri zajemu podatkov) potrebno pomnožiti s $\frac{3}{4}$). Vidi se absorpcijski rob in signal EXAFS. Uporabljena napetost je bila 20kV , tok pa 30mA .

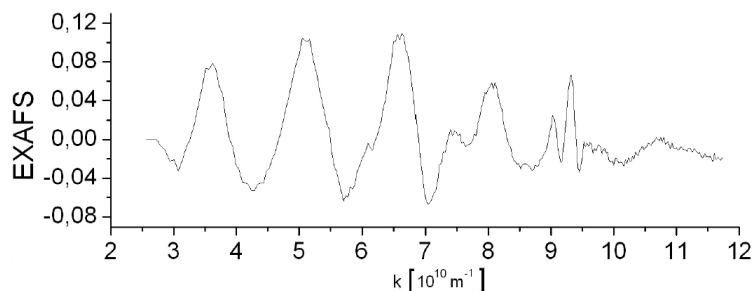
3.3.3 Rezultati

Iz spektra na sliki (20) ter s programi Inout³ (X-ray Lab), Tabela⁴ ter Dm_2b⁵ po opisanem postopku izrazimo signal EXAFS.

³Program Inout spremeni Bragov spekter v energijsko skalo.

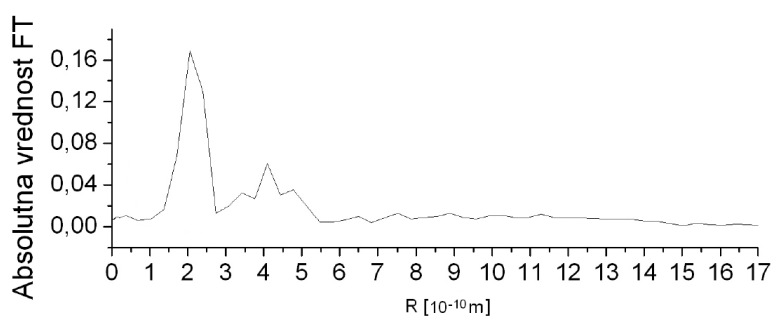
⁴S programom tabela se izvede energijska kalibracija s pomočjo karakterističnih rentgenskih črt.

⁵S programom Dm_2b se obdela spekter do signala EXAFS.



Slika 21: Signal EXAFS dobljen iz spektra meritve.

Na slednjem se pa še izvede Fourierova transformacija.



Slika 22: Absolutna vrednost Fourierove transformacije signala EXAFS. Na abscisni osi je razdalja med atomi, ki prispevajo v signal EXAFS, glede na centralni atom.

3.3.4 Napaka

Pri detekciji fotonov ocenimo negotovost izmerjenega povprečnega števila fotonov \bar{N} iz Poissonove porazdelitve

$$N = \bar{N} \pm \sqrt{\bar{N}} = \bar{N} \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}}\right). \quad (38)$$

Da dosežemo natančnost 0.1% za število sunkov v posameznem kanalu Bragovega spektra, moramo torej prešteti 10^6 fotonov. V primeru meritve s kobaltom je povprečno število sunkov na kanal v danem času $\bar{N} \sim 500000$, kar prinese napako 0.15%. Če bi bil Δt večji, bi se ta prispevek zmanjšal.

K sistematični napaki doprinese nelinearni odziv proporcionalnega števca pri velikih števnih gostotah (predvsem v karakterističnih črtah rentgenskega spektra; teh je zaradi nečistoč v anodi več). Pri močnejših karakterističnih črtah jakost curka pri meritvah tako naraste, da se zelo poveča mrtvi čas (proporcionalni detektor po zabeleženem sunku potrebuje minimalni čas τ , preden lahko zazna naslednji sunek) detektorja τ in normalizacija (enačba (36)) odpove. Karakteristične črte se zato preslikajo v absorpcijski spekter. Dejansko število sunkov N_{pravi} je torej večje od izmerjenega števila sunkov

$$N_{izm}/N_{pravi} = 1 - \frac{N_{izm}\tau}{\tau_{zajem\ podatkov}}. \quad (39)$$

Drugi doprinos k sistematični napaki je ločeno merjenje vpadnega in prepuščenega curka svetlobe na vzorcu. Zunanji vplivi, kot sta temperatura in mehanske vibracije, lahko eksperimentalne pogoje med meritvami spremenijo. Med zaporednimi meritvami lahko pride do premika optičnih komponent, manjših sprememb v odzivu detektorja, elektronike za zajemanje podatkov itd.

Druge napake pa so posledica analize izmerjenih spektrov (upoštevanje prispevka samo K črt k absorpcijskemu koeficientu).

Tako bi določila velikost napake na nekaj procentov.

3.4 Dodatna vprašanja

Kolikšna je energijska ločljivost rentgenskega monokromatorja med meritvijo? Kako jo je mogoče izboljšati? Koliko razmaknjene lupine sosedov lahko še razločiš iz Fourierove transformiranke izmerjenega spektra EXAFS? Kako bi lahko izboljšal prostorsko ločljivost? Komentiraj vpliv fotonske statistike in potrebnega merilnega časa!

Energijska ločljivost Bragovega spektra pove, koliko se morata razlikovati energiji dveh črt, da ju v spektru ločimo. Ocenimo jo iz FWHM ene izmed karakterističnih črt. Širina črt je v glavnem posledica rahle divergentnosti $\Delta\theta$ vpadnega curka na kristalu. Iz enačb (33) ter (34) izrazimo

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{a}{x} \Delta\theta. \quad (40)$$

Energijsko ločljivost bi lahko izboljšali z zmanjšanjem širine rež, a bi bil potem čas trajanja meritve daljši. Če zmanjšamo režo za nek faktor, moramo za enako kvaliteto meritev, kot bi jo napravili z nezmanjšano režo, čas Δt povečati za enak faktor, da se napaka zaradi Poissonove porazdelitve števila dogodkov v detektorju ne poveča.

Tesno v zvezi z energijsko ločljivostjo je tudi prostorska ločljivost (koliko razmaknjene atome še lahko medsebojno ločimo). Iz zveze za energijo

$$E = \frac{(\hbar k)^2}{2m} \quad (41)$$

vidimo, da velja

$$\frac{dk}{k} = \frac{1}{2} \frac{dE}{E}. \quad (42)$$

Člene enačbe (29) tako lahko prepišemo v

$$\sin((k \pm \Delta k)R_i) = \sin(kR_i(1 \pm \frac{\Delta k}{k})) = \sin(kR_i[1 \pm \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E}]). \quad (43)$$

Od tod sklepamo, da je prostorska ločljivost $\frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E}$.

Primerjaj izmerjeno razvrstitev atomov okoli posameznega atoma Co z izračunano porazdelitvijo, dobljeno iz podatkov za dve možni kristalni mreži kovinskega kobalta: fcc in hcp.

Da ugotovimo za katero strukturo kobalta gre, moramo poznati razdalje od centralnega atoma

lupina	razdalja [Å]	št. atomov
1	2.51	12
2	3.55	6
3	4.35	24
4	5.03	12

Tabela 5: Seznam razdalj koordinatnih lupin do razdalje 5.03Å ter število atomov v posamezni lupini za kovinski kobalt s kristalno strukturo fcc ($a = 3.55\text{Å}$).

lupina	razdalja [Å]	št. atomov
1	2.51	12
2	3.55	6
3	4.07	2
4	4.35	18
5	4.81	12
6	5.03	6

Tabela 6: Seznam razdalj koordinatnih lupin do razdalje 5.03Å ter število atomov v posamezni lupini za kovinski kobalt s kristalno strukturo hcp ($a = 2.51\text{Å}$, $c = 4.07\text{Å}$).

Iz tabele (6) ter slike (22) ugotovimo, da gre v našem primeru za kovinski kobalt s hcp kristalno strukturo.

3.5 Zaključek

S strukturnim signalom EXAFS smo ugotovili, da gre za kobaltovo hcp kristalno strukturo.

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] Iztok Arčon. *Strukturna analiza snovi z rentgensko absorpcijsko metodo EXAFS, navodilo za vajo EXAFS*

4 Hertzsprung-Russellov diagram

datum meritve: 25.11.2004

izvedba vaje: Observatorij Golovec, meritve s Črnega Vrha

vodja vaje: prof. dr. Bojan Ditinjana, IJS

4.1 Naloga

Na Observatoriju Golovec se posname Hertzsprung-Russellov diagram zvezdne kopice, ki je ob danem času najbolj vidna. Določi se glavno vejo in izračuna starost ter oddaljenost kopice.

4.2 Fizikalno ozadje

4.2.1 Parametri zvezde

Čeprav je elektromagnetno valovanje, ki ga seva zvezda, edina informacija o zvezdi, ki prispe do Zemlje, lahko iz prejetega svetlobnega toka, oblike spektra in prisotnosti absorpcijskih črt izvemo marsikaj o zvezdi: površinsko temperaturo, izsev (ob pogoju, da poznamo njeno oddaljenost), kemijsko sestavo atmosfere, oceno mase etc.

Zvezda seva kot črno telo. Porazdelitev gostote svetlobnega toka po valovnih dolžinah nam podaja Planckov zakon:

$$\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}, \quad (44)$$

kjer je h Planckova konstanta, k_B Boltzmannova konstanta, c pa hitrost svetlobe v vakuumu. Iz Planckovega zakona sledi Wienov zakon, ki pove kdaj je gostota svetlobnega toka največja (zvezda najmočnejše seva)

$$\lambda_{max} T = 0.29 cmK. \quad (45)$$

Iz tega pa izluščimo, da so bolj vroče zvezde videti modrikaste, hladnejše pa rdeče.

Empirično je ugotovljeno, da je izsev zvezde sorazmeren z njeno maso, in sicer približno

$$L \propto M^{3.3}. \quad (46)$$

Masa namreč vpliva na potek procesov v zvezdi - vodikov cikel pri lažjih zvezdah, ogljikov pri težjih, na vrednost nekaterih fizikalnih spremenljivk (gostota, tlak, prosta pot) in na to, katera vrsta prevajanja toplote bo prevladovala v zvezdi (konvekcija ali sevanje). Masa zvezde je potemtakem tisti bistveni parameter, ki določa večino njenih lastnosti. Izsev zvezde (izsevana moč zvezde) je sorazmeren z njeno temperaturo T in površino S

$$L = jS = \sigma T^4 4\pi R^2, \quad (47)$$

kjer je j gostota svetlobnega toka, ki izhaja iz zvezde, S površina zvezde, T površinska temperatura zvezde, σ Stefanova konstanta, R pa radij zvezde. Izmerjeno gostoto svetlobnega toka na r oddaljeni Zemlji, ki ga seva določena zvezda, imenujemo sij

$$j = \frac{L}{4\pi r^2}. \quad (48)$$

Svetlobni tok, ki prispe na Zemljo, je torej odvisen od razdalje r do zvezde, ki jo za bližnje zvezde lahko določimo s paralakso, za oddaljene pa so postopki bolj zapleteni. Upoštevati je treba tudi popravke svetlobnega toka zaradi sipanja na medzvezdnem prahu. Za določanje svetlosti zvezd uvedemo nova pojma, navidezno (relativno) magnitudo m in absolutno magnitudo M . Navidezna pove, kako svetla je videti zvezda na nebu (razdelitev zvezd v 6 razredov: vrednost 1 imajo najsvetlejše zvezde, vrednost 6 pa tiste, ki jih še komaj vidimo s prostim očesom), absolutna pa, kako svetla bi bila zvezda, če bi jo gledali iz oddaljenosti $1pc$ (parsek je razdalja, na kateri vidimo paralakso zvezde pod kotom ene ločne sekunde in znaša 3.26 svetlobnih let oz. $3.0863 \cdot 10^{16}m$). Zapišemo lahko

$$m = -2.5 \log_{10} \frac{j}{j_0} \quad (49)$$

oz.

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10} \frac{j_1}{j_2}, \quad (50)$$

kjer j je svetlobni tok, v enačbi pa je upoštevan logaritemski odziv očesa. Obe magnitudi pa povežemo z

$$M = m - 5 \log_{10} \frac{r}{10pc}. \quad (51)$$

Sij je z magnitudama povezan preko enačb

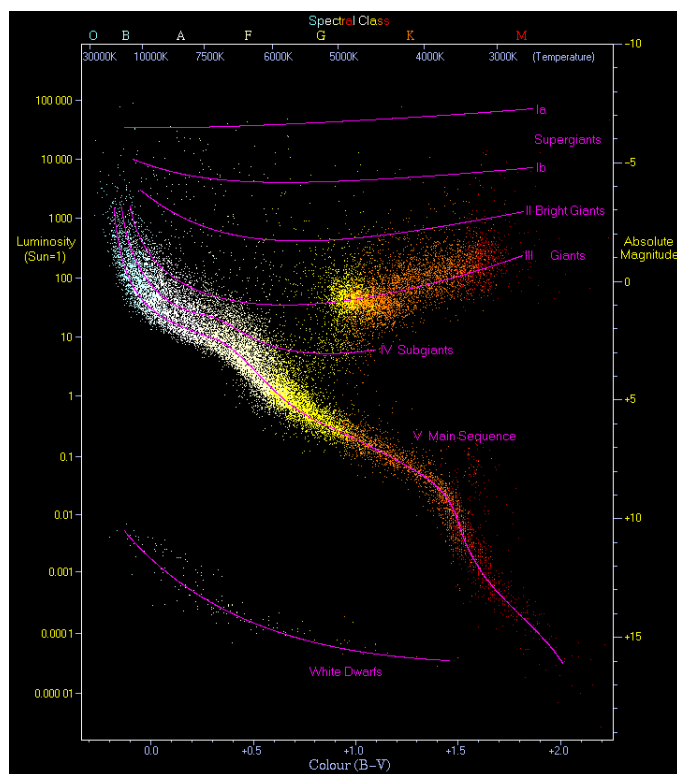
$$j = j_0 10^{-0.4m} = \quad (52)$$

$$= j_0 10^{-0.4M} \left(\frac{10pc}{r} \right)^5 \quad (53)$$

Do enačbe (53) pridemo, ko vstavimo enačbo (51) v enačbo (52). Ker zvezda seva kot črno telo, nam za določanje njene temperature ni potrebno izmeriti celotnega prejetega svetlobnega toka, ampak le njegov delež pri dveh (treh za večjo natančnost) izbranih valovnih dolžinah, npr. v območju modre (B-blue, $450nm$) in vidne (V-visible, $550nm$; rumenozelena svetloba) svetlobe. Razliko magnitud $B - V$ imenujemo barvni indeks. V določenem temperaturnem območju je sorazmerna s temperaturo zvezde (glej razdelek 6.4). Hladnejše zvezde imajo višji barvni indeks, saj izsevajo več svetlobe v vidnem kot v modrem območju in je B-magnituda nižja od V-magnituda. Obratno velja za toplejše zvezde.

4.2.2 Hertzsprung-Russelov diagram

Glede na površinsko temperaturo zvezd ter njihov izsev (glede na barvni indeks $B - V$, ki je merilo za T , in navidezno magnitudo V , ki je merilo za izsev) zvezde razvrščamo v t.i. Hertzsprung-Russelov diagram, poimenovan po astronomih (Ejnar Hertzsprung in Henry Norris Russell), ki ju je zanimala odvisnost med zgoraj navedenima količinama in sta prva narisala omenjeni diagram (okoli leta 1910), ki je predstavljal veliko pomoč v razumevanju zvezdne evolucije.



Slika 23: Hertzsprung-Russelov diagram (abreviacijski H-R diagram ali HRD, poznan tudi kot Colour-Magnitude diagram ali CMD) prikazuje zvezo med absolutno magnitudo, jakostjo osvetlitve, klasifikacijo ter efektivno temperaturo zvezd. Vidi se, da zvezde ležijo le na določenih področjih diagrama. Najbolj dominantna je diagonala: sega od zgoraj levo (vroče in svetlo) do spodaj desno (hladnejše in manj svetlo). Imenuje se glavna veja. Spodaj levo se nahajajo bele pritlikavke, nad glavno vejo pa so rdeče velikanke in supervelikanke. Večina zvezd se nahaja v diagramu vzdolž glavne veje. V tem obdobju izgoreva vodik v jedru zvezd. Drugo koncentrirano območje zvezd je vodoravna veja (zlivanje helija v jedru ter izgorevanje vodika v lupini okrog jedra).

Na absciso nanašamo temperaturo (oz. $B - V$; temperatura pada od leve proti desni), na ordinato pa izsev (absolutno magnitudo). Iz diagrama se da razbrati, da imajo vroče zvezde večinoma velik izsev, hladnejše pa majhnega. Zvezde večji del svojega življenja po rojstvu iz plinastega oblaka preživijo v Hertzsprung-Russellovem diagramu na glavni veji, ki poteka od levega zgornjega kota proti desnemu spodnjemu kotu. Glavna veja ima določeno debelino zaradi majhnih nihanj v temperaturi in izsevu tekom razvoja ter zaradi rahlih razlik v kemijski sestavi. V tej fazi zvezda proizvaja svojo energijo z jedrskimi reakcijami (zlivanje vodika v helij). Masivnejše zvezde imajo večji izsev (enačba (46)) in imajo zato tudi višjo temperaturo (enačba (47)), zato pa tudi krajši življenjski čas (hitreje porabijo svoje gorivo). Ko zvezda porabi vodik, se umakne z glavne veje Hertzsprung-Russellovega diagrama proti zgornji desni (rdeče velikanke) ali spodnji levi (bele pritlikavke). Rdeče orjakinje so hladne, velike, rdeče zvezde z velikim izsevom (z velikim radijem), bele pritlikavke pa vroče, modre zvezde z majhnim izsevom (z majhnim radijem).

Na podlagi prisotnih absorpcijskih črt, oblike spektra in intenzitete prejete svetlobe so zvezde razdeljene v spektralne razrede O, B, A, F, G, K in M. O ustreza najsvetlejšim zvezdam (najvišja temperatura), M pa najmanj svetlim zvezdam. Vsak spektralni razred je dalje razdeljen na deset delov (označimo jih s števili od 0 do 9; večje število predstavlja večjo svetlost oz. vrednost izseva). Tudi iz oblike absorpcijskih črt lahko dobimo nekaj podatkov: širše kot so, višji je tlak na površini (velikanke z nizko gravitacijo imajo ozke črte), morebitni Zeemanov razcep nam da informacije o zvezdinem magnetnem polju, Dopplerjev premik pa nam pove, kako hitro se zvezda oddaljuje od nas.

Zvezdne kopice so zelo primerne za izdelavo Hertzsprung-Russellovega diagrama, saj so vse zvezde v kopici enake starosti, približno enake kemijske sestave in oddaljenosti, razlikujejo se le po masi. Ker so enako oddaljene, lahko namesto absolutne magnitude na graf vnašamo navidezno, iz zamika med njima pa odčitamo razdaljo do kopice.

4.2.3 Aparatura

Meritve se opravlja s teleskopom, v njegovo gorišče pa je postavljena CCD kamera podrobno opisana v razdelku 6.4. Na tem mestu bom le razjasnila zakaj CCD in ne CMOS tipala.

Razlika med CCD in CMOS kamerami je v tehnologiji izdelave integriranih vezij (čipov), ki zajemajo sliko. Ta integrirana vezja se torej delijo na dve skupini: CCD (charge-coupled device) in CMOS (complimentary metal-oxide semi-conductor). Glavna prednost CCD čipov je, da so bolj občutljivi od CMOS čipov. To pomeni, da s kamero, ki uporablja CCD čip vidimo lepšo in čistejšo sliko v slabše osvetljenem prostoru. Slika kamere s CMOS tehniko pa je pogosto bolj zrnata. Še več, CCD tehnologija se v okviru kamer uporablja dlje od CMOS⁶ in je bolj razvita in dodelana, ter omogoča več piklov kot CMOS. Po drugi strani pa imajo CMOS čipi manjšo porabo, kar je lahko pomemben faktor, če se kamera napaja preko baterije (to v primeru kamere, ki smo jo mi uporabili, ne velja). Po vrhu vsega pa so CMOS čipi cenejši za izdelavo od CCD čipov, kar se seveda odraža v kar nekaj nižji ceni CMOS kamer. Prav zaradi nižje proizvodnje cene se tehnologija CMOS nenehoma izboljšuje in razvija, tako da se lahko kmalu na tržišču pričakuje CMOS čipe, ki bodo lahko po kvaliteti v določenih aplikacijah že konkurirali starejšemu CCD bratu. Do takrat pa se seveda odločamo med ceno ter kakovostjo zajete slike. Torej je bila v našem primeru edina prava odločitev CCD kamera.⁷

4.3 Meritve in rezultati

4.3.1 Metoda

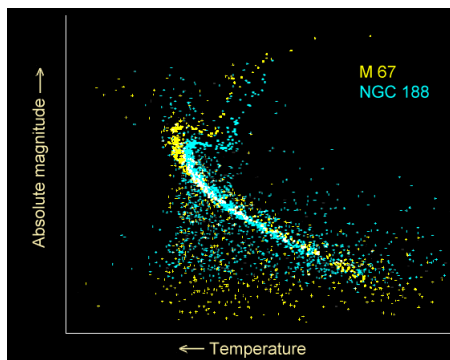
Sliko zvezdne kopice posnamemo s CCD kamero skozi V in B filter. "Visible" (V) filter prepušča valovno dolžino okrog $550nm$ na rumeno-zelenem območju, "blue" (B) filter pa okrog $450nm$. Ekspozicijski čas V slike je bil $30s$, B slike pa $300s$, kar že zahteva sledilni sistem, saj se v tem času zvezde občutno premaknejo na nebu. Intenzitete zvezd merimo računalniško (s programom DaoPhot) s postopkom imenovanim aperturna fotometrija. Pri tem seštejemo intenzitete pikslov, ki sestavljajo sliko posamezne zvezde. Program prepozna zvezde kot okrogle skupke svetlih točk z največjo svetlostjo v sredini in izmeri, kje se začne nebo. Problem se pojavi pri ločevanju roba zvezde od ozadja: radi bi zajeli čimveč pikslov zvezde in čimmanj od ozadja (sipanje v atmosferi in medzvezdnem prostoru, šum CCD kamere, kozmični žarki, etc.). DaoPhot prilagodi večparametrično krivuljo na sliko zvezde s čimer ji izmeri svetlost (magnitudo⁸), velikost in koordinate, kar storimo za obe sliki posebej. Na sliki B najdemo 512, na sliki V pa 515 zvezd. Izločimo zvezde, ki se prekrivajo in tiste, ki nimajo para. Upoštevamo zamik med obema slikama in ju prekrijemo (slika 25).

⁶S CMOS tehnologijo je narejenih večina mikroprocesorjev.

⁷Poznamo tudi SuperCCD tipala. Pri njih so svetlobno občutljivi elementi osemkotniki in ne pravokotniki. Razporejeni so v obliki satovja, kar omogoča programsko povečevanje ločljivosti. Posnetek, narejen s tipalom CCD, ima tako še enkrat več pik, kakor ima tipalo dejansko elementov.

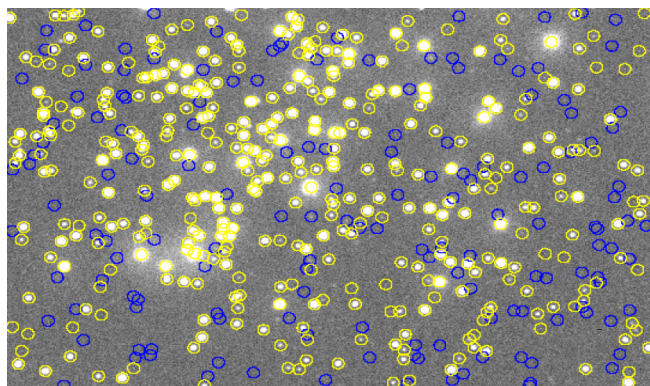
⁸Magnituda ozadja je 0.

Tako lahko naredimo Hertzsprung-Russellov diagram (slika (26)): barvni indeks $B - V$ (to je razlika magnitud; je sorazmerna s temperaturo, ki pada od leve proti desni) vnesemo na absciso, na ordinato pa relativno magnitudo (pada od spodaj navzgor) iz slike, posnete v vidni svetlobi, ki nam predstavlja izsev. Pravi Hertzsprung-Russellov diagram vsebuje absolutno magnitudo (glej sliko (26)). Tako moramo dobljen diagram še skalibrirati: izberemo poljubno zvezdo in pogledamo, kakšna je njena absolutna magnituda. Ker pa so zvezde v kopici približno enako oddaljene od Zemlje lahko rečemo, da je navidezna magnituda le premaknjena za neko konstanto (enačba (51)). Če prekrijemo glavni veji merjenega in referenčnega diagrama (pokrivanje barvnih indeksov), lahko določimo konstantno razliko in iz nje ocenimo razdaljo do zvezdne kopice. Starost kopice pa določimo iz prevojne točke na HR diagramu. Posamezni tipi zvezd imajo namreč različne barvne indekse in različne življenjske dobe (slika (24)).

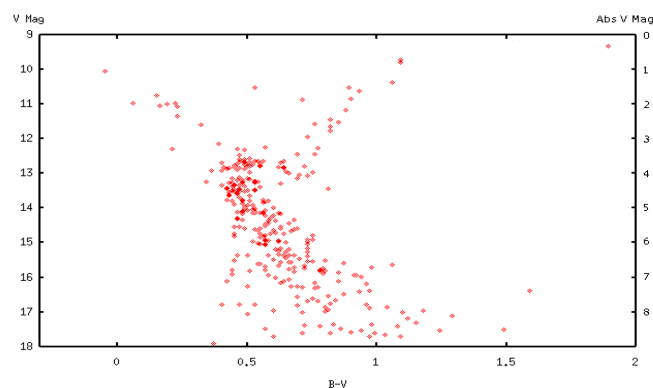


Slika 24: Hertzsprung-Russellova diagrama za dve razsuti zvezdni kopici, *M67* and *NGC 188*. Vidi se, da pride do prevoja glavne veje v različnih točkah. Skratka, kopici nista enako stari.

4.3.2 Meritve



Slika 25: Slika zvezdne kopice *M67* posneta s CCD kamero ter obdelana s programom DaoPhot.



Slika 26: Hertzsprung-Russellov diagram za razsuto zvezdno kopico *M67*. Na levi ordinati je relativna, na desni pa absolutna magnituda.

4.3.3 Rezultati

Določitev oddaljenosti zvezdne kopice

Oddaljenost kopice določimo tako, da dobljen navidezni diagram prekrijemo z absolutnim in premikamo dokler se glavni veji ne ujemata (slika (26)). Odčitamo razliko magnitud in s pomočjo

$$r = 10^{\frac{m-M}{5}} \times 10pc \quad (54)$$

izračunamo oddaljenost.

Druga možnost pa je, da si izberemo določeno zvezdo in pogledamo v tabele, kakšna je njena absolutna magnituda. Iz razlike med tabelirano in izmerjeno vrednostjo pa izračunamo oddaljenost.

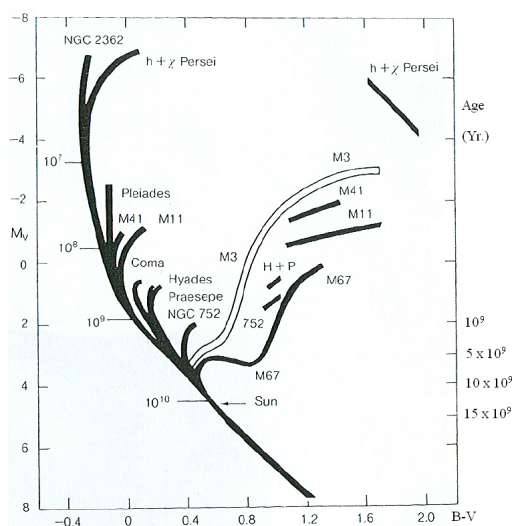
Upoštevati je tudi potrebno, da medzvezdna snov oslabi sevanje za približno magnitudo na oddaljenosti 1000 parsekov. S primerjavo z grafom absolutnih magnitud (za določeno zvezdo smo iz literature dobili podatek o njeni absolutni magnitudi in potem glede na to vrednost prilagodili še ostale) vidimo, da je razlika med magnitudama 9 ± 0.5 . To pa ustreza razdalji približno $630 \pm 170 pc$. Prava oddaljenost kopice pa je $690 pc$. Skratka, rezultat dobljen s pomočjo Hertzsprung-Russellovega diagrama je v mejah ocenjene napake.

Določitev starosti zvezdne kopice

Iz diagramov različnih kopic (slika (27)) vidimo, da se nekatere hitro odcepijo od glavne veje, nekatere pa ne. Vzrok je v starosti kopic: v starejših kopicah ni rdečih velikank, ki naj bi ležale v zgornjem levem kotu, saj zaradi svoje velike mase hitreje porabljajo gorivo in imajo zato krajši življenjski čas.

Iz diagrama (slika 26) lahko odčitamo, da je mesto prevoja, kjer se rdeče velikanke odcepijo od glavne veje, pri vrednosti barvnega indeksa približno 0.6 ± 0.05 , kar ustreza starosti okrog

$$starost = (5.5 \pm 0.5)10^9 let. \quad (55)$$



Slika 27: Shema Hertzsprung-Russelovih diagramov razsutih zvezdnih kopic s približnimi starostmi.

Pravo starost pa ocenjujejo na $(5 \pm 1)10^9 let$. Torej je tudi ocena starosti s pomočjo Hertzsprung-Russellovega diagrama⁹ v mejah ocenjene napake.

4.3.4 Napaka

K napakam meritev največ prispeva šum na CCD detektorju. Če bi imel večje število točk, bi bila meritev boljša. Prav tako ni zanemarljivo dejstvo, da jakost svetlobe slabi zaradi sipanja na medzvezdnem prahu in na delcih v atmosferi. Poleg tega pa je Hertzsprung-Russelov diagram le empirično ugotovljen približek in skupine zvezd opiše le približno.

4.4 Dodatna vprašanja

Kako deluje CCD kamera? Koliko časa potrebuješ za čitanje slike? Kako ta čas omejuje uporabo CCD detektorjev?

CCD (Charge Coupled Device) kamera je naprava, ki zbira elektrone, ki jih iz polprevodnika izbijajo fotoni vpadne svetlobe. Zapomni si velikost naboja (sorazmerna intenziteti vpadne svetlobe) ter položaj vpada svetlobe. Gre za polprevodniški števec: vpadli foton naredi par elektron-vrzel v izpraznjenem področju p-n stika. Na površini CCD

⁹Približno starost kopic se lahko dobi tudi s primerjavo dobljenega Hertzsprung-Russellovega diagrama s shemo Hertzsprung-Russellovega diagrama na sliki (27).

detektorja pa so pozitivno nabite žice, ki privlačijo elektrone in odbijajo vrzeli, s čimer se preprečuje rekombinacija. Pregrade nasprotno dopiranega polprevodnika pa preprečujejo difuzijo elektronov vzdolž detektorja. Naboj, ki se je nabral na posameznih delih kamere po ekspoziciji, peljemo na rob detektorja in nato v predojačevalnik (da signal ojačamo)¹⁰. Na koncu pa še digitaliziramo velikost ter položaj prebranega signala.

Generacija parov elektron-vrzel poteče zelo hitro, največ časa pa pobere pretakanje in zbiranje naboja posameznih pikslov. Obstajata dva tipa CCD naprav¹¹. Prva imajo tipala, ki omogočajo prenos cele slike (ang. Full Frame Transfer) ter uporabljajo kot aktivno površino ves polprevodnik, zato pa potrebujejo hitro mehanično zaslonko, saj bi se v nasprotnem primeru slika v času čitanja razmazala. Tak tip se zaradi boljše resolucije veliko uporablja v astronomiji. Druga pa imajo tipala z medvrstičnim prenosom (ang. Interline Transfer) ter uporabljajo pol aktivne površine kot shrambo za naboj (elektronska zaslonka). Zaradi tega je snemanje lahko hitrejše, ima pa slabšo resolucijo. CCD kamere imajo velik svetlobni izkoristek (nad 60%) in zelo dober linearni odziv, zato so zaradi velike občutljivosti časi snemanj občutno krajši od časov snemanja z navadnimi kamerami, snemamo pa lahko zelo šibke objekte.

CCD kamere pokrivajo široko območje: od modre do infrardeče valovne dolžine, vendar pa imajo nekoliko nižjo resolucijo kot klasični filmi in majhno vidno polje. Povrhu vsega pa je CCD detektor barvno slep (svetlobno občutljivi elementi zaznajo le jakost svetlobe in ne tudi barve). Tako je potrebno uporabiti filtre (RGB; nekatera tipala imajo namesto treh barvnih filtrov štiri), ki jih postavimo pred polprevodniško plast¹². V kamero vgrajena elektronika pa iz podatkov sosednjih pik izračuna pravo barvo vsake pike.¹³

Dodatne probleme povzroča termični šum v detektorju (nabiranje elektronov, ki nastanejo zaradi toplote; ti elektroni nastajajo med robovi silicija in silicijevega oksida v senzorju), ki ga lahko zmanjšamo s hlajenjem. Pomagamo si tudi tako, da posnamemo sliko pri zaprtem zaklopu (ang. Dark Frame) in jo odštejemo od neobdelane slike. Tako odštejemo termični šum, ki se drugače kaže kot temen sneg v sliki. Bralni šum (Bias Noise) pa nastaja pri merjenju naboja fotocelice. Jasno je, da nobena merilna naprava ni brez napake, sploh pa za tako majhne naboje kot jih daje za trenutek osvetljena fotocelica. Ojačevalci v senzorjih dodajo šum k sliki, ne glede na to ali imamo CCD ali CMOS tip senzorja. Šuma kamere, ki nastopi zaradi napak pri ojačevanju in prenosu podatkov v računalnik ter zaradi napak na sami kameri, se pa znebimo tako, da posnamemo sliko z enakomerno osvetljenim poljem (ang. Flat Field) in jo odštejemo od neobdelane slike. Ta šum nam povzroča težavo le pri kratkih ekspozicijah, saj ga že po približno 10s snemanja preseže signal ozadja (sipanje svetlobe na prašnih delcih in na molekulah v atmosferi). Razmerje med signalom in šumom je približno sorazmerno korenu iz števila zbranih elektronov, to torej pomeni, da mora biti čas snemanja za šibke objekte daljši, zato mora kamera slediti gibanju zvezd na nebu. V našem primeru je čas ekspozicije pri slikanju skozi V filter 30s, skozi B filter pa 300s¹⁴. Problem predstavlja tudi šum fotonov (Poisson Noise), ki povzroči neenakomerno padanje fotonov na fotodiodo. Pri zelo šibki svetlobi lahko pade na fotodiodo samo nekaj sto fotonov. Lahko razumemo, da na sosednjo fotocelico le po naključju pade enako število fotonov, pa čeprav pada iz enako osvetljene površine. Če poleg tega izvor svetlobe, torej motiv, neenakomerno odseva svetlobo, je šum fotonov seveda ustrezno večji. Pojavlja pa se tudi šum raztrosa zaradi raznih zunanjih vplivov na meritev napetosti fotocelice. Lahko nastane zaradi nihanja napetosti, indukcij, kapacitivnosti, vpliva temperature etc. Ta šum ni ponovljiv in je lasten vsaki sliki posebej, zato ga ne moremo odpraviti s kalibracijo. Ker šum raztrosa ni ponovljiv, ga niti ne moremo izmeriti kot nek vzorec. V običajnih slikah ga ne bomo zaznali, ker niti ne vemo, kaj v sliki naj bi bil šum tega tipa.

Izpelji in grafično prikaži zvezo med temperaturo in intenziteto sevanja črnega telesa pri dveh valovnih dolžinah.

Porazdelitev gostote svetlobnega toka v odvisnosti od valovne dolžine za sevanje črnega telesa v spektralnem intervalu $[\lambda - \epsilon, \lambda + \epsilon]$ dobimo z integriranjem Planckovega zakona (44)

$$j(\lambda - \epsilon, \lambda + \epsilon) = \int_{\lambda - \epsilon}^{\lambda + \epsilon} \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda, \quad (56)$$

kjer je λ centralna valovna dolžina, ϵ pa področje okoli le-te, ki ga zajame detektor (prepusti filter). Ker imamo ozek interval, lahko predpostavimo, da se $\frac{dj}{d\lambda}$ le malo spreminja oz. $j = \frac{dj}{d\lambda} \Delta\lambda$

$$j(\lambda - \epsilon, \lambda + \epsilon) = 4\epsilon \frac{hc^2}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda}} - 1)}, \quad (57)$$

¹⁰Elektroni se pri CCD čipu prenašajo preko enega samega napetostnega pretvornika v pomnilnik. Vse pike v tem primeru konvertira en sam ojačevalec. V CMOS tipalih pa ima vsaka fotodioda svoj pretvornik in ojačevalec.

¹¹Enako velja za CMOS naprave.

¹²Pred temi filtri pa so postavljene mikroleče, ki poskrbijo za koncentriranje svetlobe za vsak svetlobno občutljiv element posebej.

¹³Obstajajo tudi tipala, ki niso barvno slepa. Pri njih je namreč vsaka pika sestavljena iz treh svetlobno občutljivih elementov (po eden za vsako od osnovnih barv). To pa poveča kakovost posnetkov, če primerjamo slednja tipala z običajnimi enake ločljivosti.

¹⁴Pri slikanju čez B filter mora teleskop nujno slediti zvezdam zaradi velikega ekspozicijskega časa, drugače dobimo na sliki popačenje.

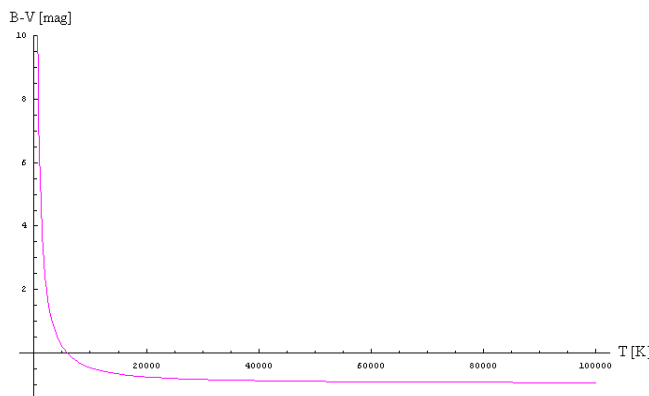
kjer $a = \frac{hc}{k_B T}$. Barvni indeks $B - V$ je povezan z gostoto svetlobnega toka z izrazom

$$B - V = 2.5 \log \frac{j(\lambda_V)}{j(\lambda_B)} \quad (58)$$

Vstavimo izraz (57) v enačbo (58)

$$B - V = 2.5 \left(5 \log \frac{\lambda_B}{\lambda_V} + \log \frac{e^{\frac{b}{T}} - 1}{e^{\frac{v}{T}} - 1} \right), \quad (59)$$

kjer sta $b = \frac{hc}{\lambda_B k_B}$ ter $v = \frac{hc}{\lambda_V k_B}$. Tako lahko predstavimo enačbo (59) za vrednosti $\lambda_B = 440nm$ in $\lambda_V = 550nm$



Slika 28: Vrednost barvnega indeksa $B-V$ v odnosnosti od temperature T za $\lambda_B = 440nm$ in $\lambda_V = 550nm$.

Zveza med intenziteto pri dveh valovnih dolžinah in temperaturi je močno nelinearna. Za katere temperature postane ta metoda določanja temperature nenatančna?

Iz enačb zgoraj je razvidno, da nastopijo težave, ko je izraz

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} \sim 1. \quad (60)$$

Če za λ vzamemo vrednost $500nm$, dobimo temperaturo težav okoli $100000K$. Metoda pa postane nenatančna pri temperaturah, višjih od $10^5 K$.

4.5 Zaključek

Ocenili smo oddaljenost in starost razsute kopice¹⁵ Messier 67 (M 67 oz. NGC 2682) iz ozvezdja raka. Hertzsprung-Russellov diagram se je izkazal kot uspešna metoda pri ocenjevanju tako oddaljenosti, kot starosti kopice, saj sta se oceni precej dobro ujemale z znanima vrednostima, dobljenima z drugimi metodami.

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] V. Kožuh. *Izdelajte Hertzsprung-Russellov diagram*. Spika, marec 1995
- [3] <http://en.wikipedia.org/wiki/Hertzsprung-Russell>
- [4] <http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/spiccd1.html>
- [5] <http://cadwww.hia.nrc.ca/cadcbn/wdb/astrocat/stetson/query/NGC2682>
- [6] <http://en.wikipedia.org/wiki/Messier.67>

¹⁵Poznamo razsute in globularne zvezdne kopice.

5 Pulzni eksperiment

datum meritve: 22.04.2005

izvedba vaje: Eksperimentalni jedrski reaktor TRIGA Mark II v Podgorici pri Ljubljani

vodja vaje: prof. dr. Matjaž Ravnik, IJS

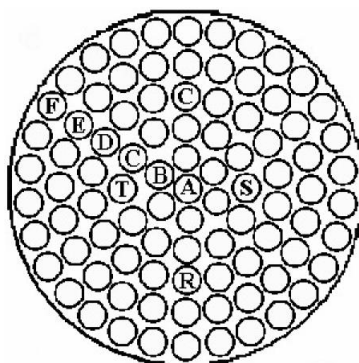
5.1 Naloga

Na reaktorju TRIGA se izvede serija pulzov z naraščajočo velikostjo pulzne reaktivnosti (od 1 beta (1\$) do 3 beta (3\$)). Izmeri se parametre pulza: višino, celotno energijo, potek moči med pulzom, temperaturo goriva in se jih primerja z računsko napovedanimi po Fuchs-Hansenovem modelu. Skratka namen vaje je eksperimentalna preverba fizikalnega modela, s katerim lahko popišemo parametre reaktorja (maksimalna moč, sproščena energija) pri pulziranju.

5.2 Fizikalno ozadje

5.2.1 Reaktor

Raziskovalni jedrski reaktor TRIGA Mark-II v reaktorskem centru v Podgorici je bil zgrajen leta 1966, leta 1991 je bil prirejen za pulzno delovanje (v reaktor je bila poleg treh že obstoječih kontrolnih palic vgrajena še četrta kontrolna palica imenovana pulzna palica). To je vodno hlajeni eksperimentalni reaktor z maksimalno konstantno močjo $250kW$ ¹⁶. Reaktorska sredica (slika 29), ki je cilindrične oblike, se nahaja v valjastem bazenu napolnjenem z vodo, ki služi kot hladilo in moderater (upočasnjevanje nevtronov). Sredico obdaja grafitni reflektor, ki zmanjšuje pobeg nevtronov, ter beton.



Slika 29: Skica sredice reaktorja TRIGA v Podgorici.

Gorivni elementi v sredici so razporejeni v koncentričnih obročih okoli središča elementa. Koncentrični obroči so označeni iz sredine proti robu s črkami A, B, C, D, E in F oz. ustrezno vsebujejo 1, 6, 12, 18, 24 in 30 mest za gorivne elemente, kontrolne palice (vsebujejo močan absorber nevtronov)... Vseh mest je potemtakem 91. S kontrolnimi palicami (v sredici so 3) nadzorujemo delovanje reaktorja, na mestu T pa je pulzna/transientna palica.

Gorivne elemente (obdaja jih jeklo) predstavlja 12% urana (^{235}U) z 20% obogatitvijo. Reaktor pri trenutni stopnji iztrošenosti gorivnih elementov doseže kritičnost, ko je v reaktorju 51 gorivnih elementov in so ti postavljeni tako, da je sredica kompaktna (do konca so zapolnjeni obroči A, B, C in D, v obroču E pa so gorivni elementi postavljeni tako, da je sredica čim bolj simetrična). Tudi pulzni eksperiment zahteva kompaktno ter homogeno sredico. Še več. Nobeno mesto v notranjih obročih ne sme biti nezasedeno in napolnjeno z vodo, ker bi se na takih mestih pojavljali lokalni maksimumi fluksa in gostote moči.

Iz sredice vodi pet neodvisnih kanalov. Kanal, ki vsebuje pulzno palico, ima pnevmatski sistem, s katerim lahko pulzno palico hitro in hkrati kontrolirano izstrelimo iz sredice ter s tem poljubno povečamo reaktivnost¹⁷ (od reaktivnosti sta odvisni sproščena energija ter višina pulza; spreminjamo ju tako, da pulzno palico ne izstrelimo v celoti iz sredice, ampak samo do željenega položaja). Pri tem postane reaktor močno nadkritičen in moč začne eksponentno naraščati z zelo kratko časovno konstanto (nekaj *ms*). Skupaj z močjo naraste tudi temperatura (temperaturo sredice merimo s termočlenoma, ki se nahajata v dveh gorivnih elementih), ki pa zaradi Dopplerjevega efekta na absorpcijski presek

¹⁶Pulzne moči pa sežejo do *GW*.

¹⁷Reaktivnost je definirana v 5.2.2.

uranovih jeder za termične nevtrone (Dopplerjeva razširitev absorpcijskih črt in premik termičnega spektra) povzroči upad pomnoževalnega faktorja pod kritičnost (povečanje absorpcije nevtronov). Verižna reakcija se upočasni in moč reaktorja se zmanjša na začetno. Dobimo kratek, a visok pulz moči; celotna sproščena energija je relativno majhna ($\sim 10MJ$) in ne povzroči poškodb na reaktorju, prav tako so efekti izogrevanja zanemarljivi.

Detektor nevtronov (nevtronskega fluksa) na koncu pulznega kanala (primeren za moči od $10MW$ do $2GW$) je nekompenzirana ionizacijska celica valjaste oblike (dolžine $230mm$, premera $89.1mm$). Stene ionizacijske celice so narejene iz zelo čistega aluminija. Za detekcijo nevtronov se izrablja reakcija $^{10}B + n \rightarrow ^7Li + \alpha$, zato sta notranja stena polarizacijske elektrode in zunanja stena kolektorske elektrode premazani s tanko plastjo ^{10}B . V reakciji nastali α delci ionizirajo plinasti vodik v ionizacijski celici. Nastali tok je sorazmeren velikosti fluksa na mestu, kjer je detektor, ta pa je približno sorazmeren povprečnemu fluksu v reaktorju in s tem moči reaktorja.

5.2.2 Reaktivnost

Ob nenadnem povečanju reaktivnosti v reaktorju dobimo kratke in visoke pulze moči. Spreminjanje števila nevtronov v reaktorju zapišemo kot

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k(1 - \beta) - 1}{l}n + \lambda C, \quad (61)$$

kjer je n število nevtronov, k pomnoževalni faktor, β efektivni delež zakasnenih nevtronov (nastanejo pri verigah β^- razpadov nekaterih cepitvenih produktov; za reaktor TRIGA je $\beta = 0.007\%$), l življenjski čas nevtronov ene generacije (približno $10^{-4}s$), C koncentracija prednikov zakasnelih nevtronov in λC hitrost nastajanja zakasnelih nevtronov.

Pomnoževalni faktor je definiran kot razmerje števila (gostote) nevtronov dveh zaporednih generacij

$$k = \frac{\text{st. nevtronov } j - \text{te generacije}}{\text{st. nevtronov } (j - 1) \text{ generacije}} = \frac{\text{st. cepitev} * \text{st. sproscenih nevtronov na cepitev}}{\text{st. absorpcij nevtronov} + \text{st. pobegov nevtronov}}. \quad (62)$$

S pomočjo le-tega se definira najpomembnejši parameter za opis delovanja reaktorja oz. reaktivnost ρ . Reaktivnost meri odstopanje reaktorja od kritičnosti reaktorja (pri kateri je $k = 1$)

$$\rho = \frac{k - 1}{k}. \quad (63)$$

Promptna (trenutna) reaktivnost ρ' pa je po definiciji enaka dejanski vstavljeni reaktivnosti ρ , zmanjšani za β

$$\rho' = \rho - \beta. \quad (64)$$

5.2.3 Fuchs-Hansenov model

Ker se zakasneli nevtroni pojavijo daleč po koncu pulza (pulz $10^{-1}s$, zakasneli nevtroni $10s$), zanemarimo prispevek zakasnelih nevtronov (drugi člen enačbe (61)). Upoštevamo pa, da je število promptnih nevtronov manjše (prvi člen enačbe (61)) od skupnega števila. Za izboljšanje računov upoštevamo, da se s povečanjem temperature goriva absorpcija nevtronov poveča (predvsem zaradi Dopplerjevega pojava oz. zaradi povečanja resonančnih absorpcij zaradi razširitve resonančnih črt in povečanja sipalnih presekov); posledica je zmanjšana reaktivnost. Predpostavimo, da se med pulzom reaktivnost zmanjšuje sorazmerno s celotno sproščeno energijo, kar ponovno upravičimo s kratkim pulzom. Dovolj kratek pulz pomeni, da ni znatnega prenosa toplote z gorivnih palic v okolsko vodo, tako da se vsa sproščena energija porabi za gretje palic/goriva (temu pravimo adiabatски približek). Predpostavimo še, da je moč sorazmerna številu nevtronov. Enačbo (61) brez drugega člena in z zgornjimi predpostavkami imenujemo Fuchs - Hansenov model.

Iz enačb (61) in (62) ob upoštevanju $P \propto n$ lahko moč v reaktorju opišemo z

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} P(t), \quad (65)$$

kjer je ρ vstavljen reaktivnost, $\Lambda = l/k$ pa življenjski čas promptnih nevtronov ($\sim 10^{-5}s$). Za reaktivnost upoštevamo, da se zmanjšuje sorazmerno s sproščeno energijo

$$\rho(t) - \beta = \rho' - \gamma E(t) = \rho' - \gamma \int_0^t P(t') dt', \quad (66)$$

kjer γ predstavlja efektivni energijski (temperaturni) koeficient reaktivnosti, E pa sproščeno energijo od začetka pulza. Enačbo (66) vstavimo v enačbo (65) in dobimo

$$\frac{dP}{dt} = P(t)(\alpha_0 - b \int_0^t P(t') dt'), \quad (67)$$

kjer $\alpha_0 = \rho' / \Lambda$ imenujemo začetna pomnoževalna konstanta, $b = \gamma / \Lambda$. Končni rešitvi enačbe (67) sta potemtakem

$$E(t) = \frac{\alpha_0 + c}{b} \left(\frac{1 - e^{-ct}}{Ae^{-ct} + 1} \right), \quad (68)$$

$$P(t) = \frac{2c^2 Ae^{-ct}}{b(Ae^{-ct} + 1)^2}, \quad (69)$$

kjer $c = \sqrt{\alpha_0^2 + 2bP_0}$, $A = \frac{c + \alpha_0}{c - \alpha_0}$.

Pulz pričnemo z majhno močjo ($\sim 10W$), da dobimo lepo naraščanje reaktivnosti (drugače pride prehitro do povratnega negativnega učinka in ne dobimo ničesar). Taylorjev razvoj nam tako da $c \sim \alpha_0 + \frac{bP_0}{\alpha_0} \sim \alpha_0^{18}$ ter $A \sim \frac{2\alpha_0^2}{bP_0}$.

Moč doseže maksimum, ko je njen odvod enak 0.

$$\frac{dP}{dt} = \frac{2Ac^3}{b} e^{-ct} \frac{Ae^{-ct} - 1}{(Ae^{-ct} + 1)^3} = 0. \quad (70)$$

To se zgodi ob času

$$t_{max} = \frac{1}{c} \ln A \sim \frac{1}{\alpha_0} \ln A, \quad (71)$$

takrat je moč enaka

$$P_{max} \sim \frac{\alpha_0^2}{2b} = \frac{(\rho')^2}{2\Lambda\gamma}. \quad (72)$$

Potem moč začne padati; zaradi prispevka zakasnelih nevtronov ima dolg rep.

Celotno sproščeno energijo¹⁹ dobimo, če pogledamo vrednost izraza za energijo (68) v limiti $t \rightarrow \infty$ ob upoštevanju $c \sim \alpha_0$

$$E_{cel} = \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \sim \frac{2\alpha_0}{b} = \frac{2}{\gamma} \rho'. \quad (73)$$

Širino pulza na polovični višini²⁰ (t_{fwhm}) dobimo tako, da najprej izračunamo čas od začetka pa do trenutka, ko moč doseže polovico maksimalne vrednosti $\frac{P_{max}}{2} \sim \frac{\alpha_0^2}{4b}$

$$\tilde{t} = \frac{1}{c} \ln \frac{A}{3 + 2\sqrt{2}}. \quad (74)$$

Za širino pulza na polovični višini tako dobimo

$$t_{fwhm} = 2(t_{max} - \tilde{t}) = \frac{2}{c} (\ln A - \ln \frac{A}{3 + 2\sqrt{2}}) \sim \frac{2}{\alpha_0} \ln(3 + 2\sqrt{2}) = 2 \ln(3 + 2\sqrt{2}) \frac{\Lambda}{\rho'}. \quad (75)$$

t_{fwhm} je tako obratno sorazmeren promptni reaktivnosti.

5.3 Meritve in rezultati

5.3.1 Metoda

Med potekom vaje se je izvedlo več pulzov z različnimi vstavljenimi reaktivnostmi, katerih vrednosti se določi s pomočjo umeritvene krivulje za položaj pulzne palice. Med pulzi se je čakalo približno $15min$, da se je sredica reaktorja ohladila in da se je odvedel nastali ksenon, ki bi sicer motil meritve. Pri vsakem pulzu se je zabeležilo moč reaktorja pred pulzom, temperaturo goriva pred pulzom, sproščeno energijo pri pulzu, maksimalno moč v pulzu, maksimalno temperaturo goriva po pulzu. Časovni potek pulzov se je v digitalizirani obliki preneslo na računalnik in jih obdelalo. Ti podatki so veliko natančnejši od odčitanih z instrumentov. Zato sem slednje uporabila za obdelavo rezultatov.

¹⁸ P_0 je moč reaktorja tik pred pulzom (reaktor je pred pulziranjem obratoval na precej nizki moči).

¹⁹S celotno sproščeno energijo je povezana maksimalna temperatura goriva saj se del energije porabi za gretje goriva. Torej kaže temperatura enako odvisnost s promptno reaktivnostjo ρ' kot energija.

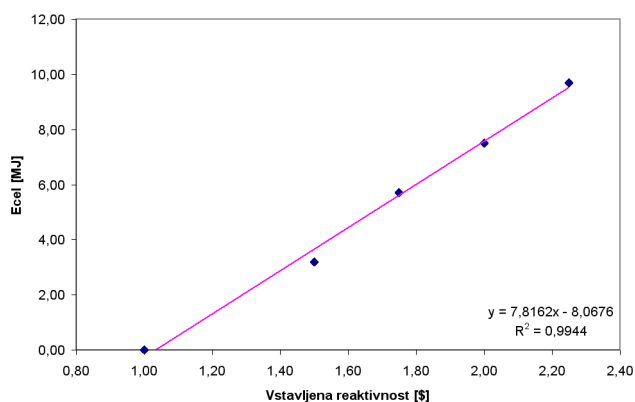
²⁰S pomočjo meritve širine pulza na polovični višini lahko določimo življenjski čas promptnih nevtronov in začetno periodo naraščanja moči.

5.3.2 Meritve

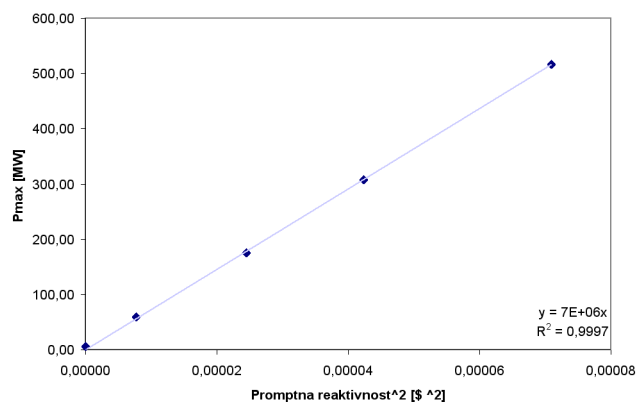
pulz	ρ [\\$]	P_{max} [MW]	E_{cel} [MWs]	t_{fwhm} [ms]	T_{max} [°C]
1	1	5.8	0	0.1	75
2	1.5	59.1	3.2	49.8	216.0
3	1.75	175.7	5.7	28.2	271.4
4	2	308.1	7.5	21.1	298.8
5	2.25	516.7	9.7	16.3	334.8
Δ	/	± 1	± 0.1	± 0.1	± 2

Tabela 7: Izmerki maksimalne moči, sproščene energije, širine na polovični višini, maksimalne temperature ob izbrani vstavljeni reaktivnosti. Napaka je merska saj se pojavi zaradi ne popolnoma enakih pogojev, ki bi jih lahko dosegli, če bi dovolj dolgo čakali. Seveda pa je le-ta manjša od meritev, kjer je prisoten človeški faktor tudi pri odčitavanju iz instrumentov. Slednja napaka se je pokazala kot bistveno večja in zato nisem uporabila teh meritev temveč tiste, ki smo jih dobili s pomočjo računalnika. Ocenila sem jo tako, da sem primerjala večkratne meritve ob isti vstavljeni reaktivnosti.

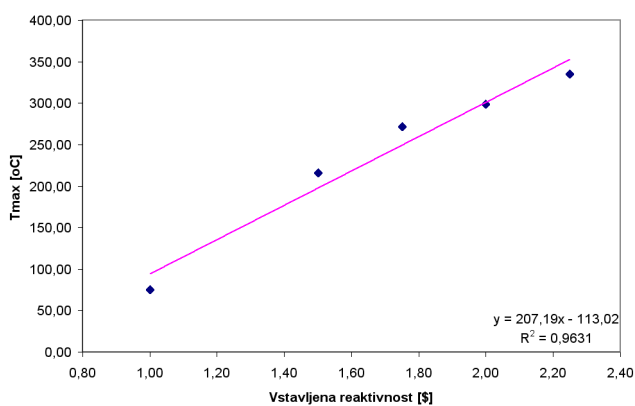
5.3.3 Rezultati



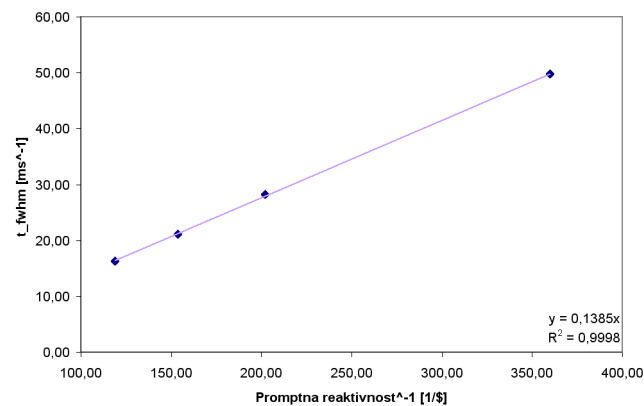
Slika 30: Sproščena energija v pulzu v odvisnosti od vstavljene reaktivnosti.



Slika 31: Maksimalna moč v odvisnosti od kvadrata promptne reaktivnosti.



Slika 32: Maksimalna temperatura goriva po pulzu v odvisnosti od vstavljene reaktivnosti.

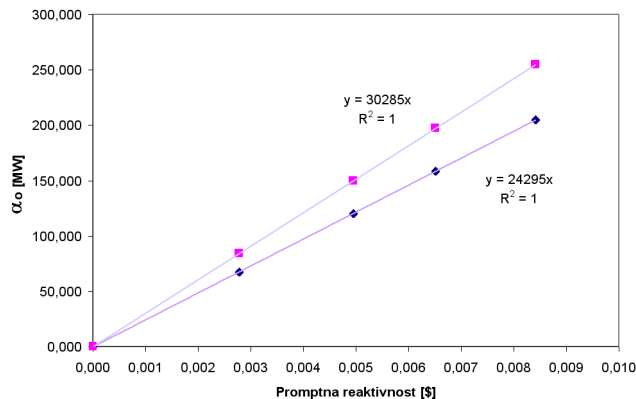


Slika 33: Širina pulza na polovični višini kot funkcija promptne reaktivnosti.

Sproščena energija v pulzu kaže linearno odvisnost od vstavljene reaktivnosti (slika (30)), kar je v skladu s Fuchs-Hansenovim modelom. Prav tako zadosti Fuchs-Hansenovemu modelu odvisnost maksimalne moči od vstavljene reaktivnosti. Ta odvisnost je kvadratična. Prikazana je na sliki (31), kjer je na abscisi namesto reaktivnosti njen kvadrat (zveza je pri taki predstavitvi linearna). Za maksimalno temperaturo goriva po pulzu v odvisnosti od vstavljene reaktivnosti pa sem pričakovala, da bo maksimalna temperatura goriva po pulzu tesno povezana s sproščeno energijo

v pulzu. Oz. odvisnost temperature od vstavljenе reaktivnosti bi morala biti linearna. V adiabskem približku se namreč segreva le gorivo, okolica pa ne (pulz je zelo kratek). Opazimo pa manjše odstopanje od linearnosti, ki je lahko posledica nenatančnosti Fuchs-Hansenovega modela. Med drugim je širina pulza na polovični višini t_{fwhm} obratno sorazmerna z vstavljenо reaktivnostjo. Oz., če je na abscisi namesto reaktivnosti njena obratna vrednost, je zveza linearna. Slednje pa očitno drži (slika (33)).

Z uporabo Fuchs-Hansenovega modela in izmerjenih podatkov lahko ocenimo nekatere parametre reaktorja.



Slika 34: Začetna perioda naraščanja moči. Graf z nižjimi vrednostmi je dobljen iz enačbe (72), z višjimi pa iz enačbe (75).

S prilagoditvijo enačbe (73) ustreznemu grafu na sliki (30) (in upoštevanjem, da je $\beta = 0,007\beta$) dobimo za efektivni energijski koeficient goriva

$$\gamma = 0.0017 \frac{\$}{MJ}. \quad (76)$$

Življenski čas promptnih elektronov pa dobimo iz enačbe (72) ter grafa na sliki (31)

$$\Lambda_1 = 41.16 \cdot 10^{-6} s \quad (77)$$

oz. iz enačbe (75) ter grafa na sliki (33)

$$\Lambda_2 = 33.02 \cdot 10^{-6} s. \quad (78)$$

Obe oceni za življenski čas promptnih nevtronov sta neodvisni. Ocena dobljena iz odvisnosti maksimalne moči je slabša, ker je odvisna od γ , druga pa je neodvisna.

Začetna perioda naraščanja moči α_0 , ki nam pove, kako narašča moč v začetku pulza, narašča linearno z vstavljenо reaktivnostjo, kar je tudi predpostavka Fuchs-Hansenovega modela in je prikazano na sliki (34).

5.3.4 Napaka

Napake, ki so prisotne pri tem eksperimentu so posledica relativno nenatančnega modela, različnih pogojev merjenja ter merskih napak inštrumentov.

Nenatančnost modela Fuchs-Hansenov model zanemari prispevek zakasnelih nevtronov. Ker pa meritev pulza traja približno 1 sekundo, prvi zakasneli nevtroni pa se pojavijo že po nekaj desetinkah, le-ti doprinesejo znaten del celotne sproščene energije ($2 - 3MJ$). Prav tako Fuchs-Hansenov model prepostavi, da se ob pulzu segreje samo gorivo ne pa tudi okoliška voda, kar je precej manjša napaka od prejšnje, saj se precej manj energije kot $1MJ$ sprosti v okoliško vodo v tako kratkem času. Fuchs-Hansenov model tudi ne upošteva časa izvlačanja pulzne palice, saj predpostavi, da se reaktivnost poveča v trenutku in ne v končnem času. Palica namreč potrebuje iz začetne v končno lego kar 0,15s. Skratka upoštevati moramo omejeno natančnost Fuchs-Hansenovega modela, ki dokaj dobro drži šele pri promptnih reaktivnostih $\rho' \gg \beta$.

Pogoji meritev različni Do raznih odstopanj lahko pride tudi zaradi zastrupljanja reaktorja s ksenonom, ki nastane kot cepitveni produkt in je velik absorber nevtronov, kar vodi k zmanjšani reaktivnosti in posledično tudi zmanjšani maksimalni moči in sproščeni energiji.

Merske napake inštrumentov Do napak prihaja tudi zaradi napake pri umeritvi pulzne palice in posledično vstavljene reaktivnosti (približno $30pcm$). Prav tako lahko prihaja do napak pri umeritvi detektorja fluksa. Precejšen del napake detektorja pa prinese dejstvo, da v točki, kjer merimo fluks, le-ta ni natančno sorazmeren moči reaktorja. Te razlike so lahko tudi nekaj $10W$.

5.4 Dodatna vprašanja

Preveri, ali veljajo zveze, ki jih napoveduje model, tudi, ko merjene točke ekstrapoliramo do reaktivnosti 0.

Model nam za vrednost promptne reaktivnosti $\rho' = 0$ napove:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\rho'}{\Lambda}\right)^2 + 2bP_0} = \sqrt{2bP_0}. \quad (79)$$

Oz. za parametre reaktorja lahko zapišemo:

pulz	FH napoved	meritev	FH izračun
P_{max}	P_0	$5.8MW$	
E_{cel}	$\sqrt{\frac{2P_0}{b}}$	$0MJ$	$0,01MJ$
t_{fwhm}	$\frac{2 \ln(3 \pm 2\sqrt{2})}{\sqrt{2bP_0}}$	$0.1ms$	$3ms$

Tabela 8: Maksimalna moč, sproščena energija, širina na polovični višini po Fuchs-Hansenovem modelu ter z merjenjem za reaktivnost 0.

Vse rezultate dobljene z merjenjem pri promptni reaktivnosti $\rho' = 0$ sem primerjala z izračunanimi napovedmi iz Fuchs-Hansenovega modela. Ker je izhodiščni podatek začetna moč, ki je obremenjena s precejšnjo napako, vidimo, da se pojavijo kar velika odstopanja med izmerjenimi in izračunanimi vrednostmi. Pulz s promptno reaktivnostjo 0 nam torej ne more služiti kot meritev, ampak le kot pomoč pri oceni napake. Ekstrapolacija merjenih točk (brez meritve pri $\rho' = 0$) nam da rezultate, ki se v okviru napak ujema z napovedmi modela.

Razmisli, kaj bi lahko izmerili ali raziskali s pomočjo pulznega eksperimenta.

Pri pulznem eksperimentu dobimo iz reaktorja kratek a intenziven pulz nevtronov. Skratka velik fluks nenabitih delcev, katere se lahko uporabi za raziskave trdne snovi saj so zaradi majhnega sipalnega preseka v snovi in zato velike udorne globine uporabni za globinsko preiskovanje strukture trdne snovi s pomočjo uklona (npr. kristalografija), detekcijo ter identifikacijo snovi, zdravljenje ter diagnostiko raka (če v tumor vbrizgamo bor in ga nato obsevamo, se bor aktivira in začne razpadati z alfa razpadom; alfa delci pa nato uničujejo obolelo tkivo), za obsevanje visokotemperaturnih superprevodnikov, rastlinskih semen, preučevanje poškodb polprevodniških detektorjev. . . Razvijajo se celo nevtronske metode za odkrivanje min ter za geološke raziskave. Poleg tega lahko taki nevtroni povzročajo jedrske reakcije, kar je uporabno za izdelovanje novih radioaktivnih izotopov.

5.5 Zaključek

Iz rezultatov meritev lahko zaključimo, da je Fuchs-Hansenov model (navkljub vsem poenostavitvam) dober približek za opis pulza v reaktorju. Z njim se določi koeficient reaktivnosti goriva γ , življenski čas promptnih nevtronov Λ ter začetne pomnoževalne konstante pri različnih promptnih reaktivnostih. Vseeno pa moramo pri pomembnejših izračunih upoštevati tudi popravke iz literature [4].

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] M. Ravnik. *Navodila za vajo pulzni eksperiment*
- [3] G. I. Bell, S. Glasstone. *Nuclear reactor theory*. New York, 1970 (poglavje 9.6)
- [4] M. Ravnik. *Experimental verification of adiabatic Fuchs-Hansen pulse model*. Ljubljana, 1997 (prispevek na konferenci)

6 Merjenje masne razlike

datum meritve: april, maj 2005

izvedba vaje: F9, IJS

vodja vaje: prof. dr. Peter Križan, IJS

6.1 Naloga

Izmeri razliko med masama vektorskega čarobnega mezona D^* in mezona D^0 , ki je povezana z velikostjo spinsko-spinske sklopitve kvarkov v mezonu. Meritev razlike mas je precej natančnejša od meritve posamezne izmed mas, če jo določamo v kaskadnem razpadu $D^* \rightarrow \pi D \rightarrow K\pi\pi$. Namreč del napake je koreliran in se zato pokrajša.

6.2 Fizikalno ozadje

6.2.1 Osnovni delci

Osnovne gradnike snovi delimo na leptone ter kvarke (oboje grupiramo v tri družine). Kvarkov nikoli ne opazimo prostih, ampak le kot vezana stanja v mezonih (sestavljani iz para kvark-antikvark $q_1\bar{q}_2$) ter barionih (sestavljani iz treh kvarkov $q_1q_2q_3$ oz. antikvarkov $\bar{q}_1\bar{q}_2\bar{q}_3$). Zanimali so nas predvsem mezoni D , ki vsebujejo kvark c (naboj $\frac{2}{3}e_0$) ter

mezon	D^+	D^{*+}	D^0	D^{*0}
kvarkovska sestava	cd	cd	$c\bar{u}$	$c\bar{u}$
S	0	1	0	1

Tabela 9: Mezona D ter D^+ v osnovnem ter vzbujenem stanju. S predstavlja skupni spin (spin kvarkov pa znaša $\frac{1}{2}$).

Razlika mas med mezonom v osnovnem in vzbujenem stanju je posledica močne interakcije (spinsko-spinske sklopitve)

$$\Delta E_{ss}(q_1\bar{q}_2) \propto \frac{\alpha_s}{m_1m_2} |\Psi(s)|^2 \langle \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \rangle, \quad (80)$$

kjer je α_s konstanta močne interakcije, s_1 in s_2 pa spina kvarka q_1 in antikvarka q_2 .

Vendar mas za nas zanimivih mezonov ne moremo meriti neposredno, saj so obstojni premalo časa. Razpadejo v pione ter kaone, ki pa so že dovolj obstojni, da jih neposredno zaznamo v detektorju.

Ves eksperiment se začne s trkom elektrona ter pozitrona, ki povzroči nastanek kratkožive resonance $Y(4S)$, ki nato razpade na delca $B^0\bar{B}^0$, delec \bar{B}^0 pa nato na pione ter mezone D^* . Slednji pa razpadajo kot

$$\begin{array}{lll}
 D^{*+} & \rightarrow & D^0\pi^+ \\
 & \hookrightarrow & K^-\pi^+ & 1. \text{ razpadni kanal} \\
 & \hookrightarrow & K^-\pi^+\pi^-\pi^+ & 2. \text{ razpadni kanal} \\
 & \hookrightarrow & K_S^0\pi^+\pi^- & 3. \text{ razpadni kanal} \\
 & \hookrightarrow & \pi^+\pi^- &
 \end{array}$$

Vsi razpadi se zgodijo skoraj v trenutku, le delec K_S je dolgoživ, zato lahko ločimo mesti razpada K_S in D^{*+} .

6.2.2 Kinematika razpada

Vsi delci, katere obravnavamo, so visokoenergijski. Zato jih obravnavamo relativistično. Za razpad $A \rightarrow a + b$ v težiščnem sistemu delca A vektorje četverce zapišemo kot

$$(E, 0) \rightarrow (E_1, \vec{p}) + (E_2, -\vec{p}), \quad (81)$$

kjer je E energija delca A , M pa njegova masa; m_1 , E_1 ter \vec{p} pa masa, energija in gibalna količina delca a ; m_2 , E_2 ter $-\vec{p}$ pa masa, energija in gibalna količina delca b . Iz izraza (81) vidimo, da velja

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2. \quad (82)$$

²¹Delamo v enotah, kjer je $c = \hbar = 1$.

Iz ohranitve energije ter gibalne količine v težiščnem sistemu dobimo

$$E_1^2 = m_1^2 + p^2 \quad (83)$$

$$E_2^2 = m_2^2 + p^2. \quad (84)$$

Ko vstavimo enačbi (83) ter (84) v izraz (82), dobimo

$$p = \frac{1}{2M} \sqrt{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}. \quad (85)$$

Za razpad $Y(4s) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$, kjer je masa resonance $Y(4s)$ $10.58 GeV$, masa mezonov B^0 pa $5.28 GeV$, dobimo za vrednost gibalne količine $p = 325 MeV$, za razpad $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ z masami $m_{D^{*+}} = 2010 MeV$, $m_{D^0} = 1864.8 MeV$ in $m_{\pi^+} = 139.6 MeV$ pa $p = 39 MeV$. Pri slednjem dobimo torej dva počasna delca, v laboratorijskem sistemu pa večino gibalne količine odnese mezon D^0 , kar nam da naslednje zahteve za identifikacijo tega razpada: počasen pion, kot med pionom in mezonom D^0 je majhen, kot med mezonoma D^0 in D^{*+} je majhen.

6.2.3 Napaka pri razliki mas

Masa mezona D^{*+} (M) se zapiše kot

$$M^2 = (E_{D^0} + E_{\pi^+})^2 - (\vec{p}_{D^0} + \vec{p}_{\pi^+})^2 = m_{D^0}^2 + m_{\pi^+}^2 + 2\sqrt{(m_{D^0}^2 + p_{D^0}^2)(m_{\pi^+}^2 + p_{\pi^+}^2)} - 2\vec{p}_{D^0} \vec{p}_{\pi^+}. \quad (86)$$

Formula za napako na masi je

$$\sigma_M^2 = \sum_i \left| \frac{\partial M}{\partial x_i} \right|^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i \neq j} \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_j} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} R_{ij}, \quad (87)$$

kjer je x_i masa oz. gibalna količina produktov v reakciji, R_{ij} pa korelacijski faktor med obema količinama (x_i -to ter x_j -to)

$$R_{ij} = \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_i)(\bar{x}_j - \bar{x}_j)}{\sigma_{x_i} \sigma_{x_j}}. \quad (88)$$

Vse spremenljivke so nekorelirane ($R = 0$). Zanimarimo pa tudi prispevke, odvisne od m_{π^+} in p_{π^+} , saj je pion lahek in počasen. Tako dobimo

$$\sigma_{m_{D^*}}^2 = \left(\frac{m_{D^0}}{m_{D^*}} \right)^2 \sigma_{m_{D^0}}^2. \quad (89)$$

Napako pri razliki mas $\Delta m = m_{D^*} - m_{D^0}$ pa lahko zapišemo kot (glej razdelek 6.4)

$$\sigma_{\Delta m}^2 = \sigma_{m_{D^*}}^2 + \sigma_{m_{D^0}}^2 + 2(-1)R\sigma_{m_{D^*}}\sigma_{m_{D^0}}. \quad (90)$$

Upoštevamo, da je vrednost korelacijskega faktorja $R = 1$, saj sta masi mezonov D^* in D^0 popolnoma korelirani, ker vrednost ene izračunamo iz druge, ter dobimo

$$\sigma_{\Delta m}^2 = \sigma_{m_{D^0}}^2 \left(\frac{m_{D^0}}{m_{D^*}} - 1 \right)^2 \sim 0. \quad (91)$$

6.3 Meritve in rezultati

6.3.1 Metoda

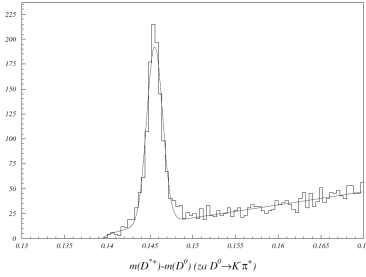
Analizirali smo eksperimentalne podatke, posnete s spektrometrom ARGUS v trkalniku DESY v Hamburgu. Izmerjene podatke smo obdelovali s programom PAW. Do napak prihaja zaradi napačne identifikacije delcev, zaradi netočnega merjenja gibalne količine in kombinatornega ozadja - to so dogodki, ki jih sestavimo iz delcev, kateri v resnici ne sodijo skupaj.

Detektor zazna le produktne delce (kaone ter pione), preko katerih poteka rekonstrukcija delcev D^0 in D^{*+} . Rekonstrukcija razpadov pa poteka na naslednji način: za vsak razpad (sestavljen iz kombinacij končnih produktov) imamo shranjene podatke o raznih kinematskih količinah, v našem primeru za masi kandidata za D^0 in D^{*+} : gibalne količine kandidatov za D^0 , pione in D^{*+} , kosinuse kotov med delci udeleženi v razpadu... Potem glede na izračunano kinematiko razpada delamo razne reze na podatkih. V obdelavo smo dobili podatke, za katere je bila razlika mas med kandidatom D^0 in tabelirano maso že omejena na $< 0.04 GeV$. Konkretno smo za prvi razpadni kanal ($D^{*+} \rightarrow K^- \pi^+$) postavili naslednje omejitve: dodaten rez na razliki mas $D_{kandidat}^0 - D_{pravi}^0 < 0.02 GeV$ in omejili kosinuse kotov med

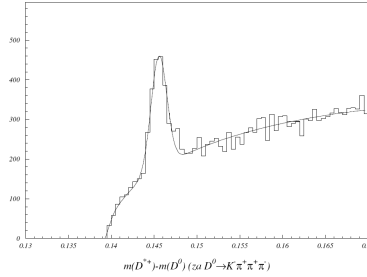
delci, saj so v laboratorijskem sistemu vsi blizu ničle, ker se celoten sistem giblje naprej. Veliko dogodkov nam je odrezala zahteva $\cos \angle(D^{*+}, \pi^+) > 0.75$, zahtevali pa smo tudi $\cos \angle(D^{*+}, D^0) > 0.85$. Podobno se naredi s preostalima kanaloma.

Da smo lahko izračunali, kakšna je razlika mas, smo dobljenemu histogramu prilagajali funkcijo (gaussovka za signal in polinom za kombinatorno ozadje) in iz njenih parametrov določili masno razliko in napako na njej.

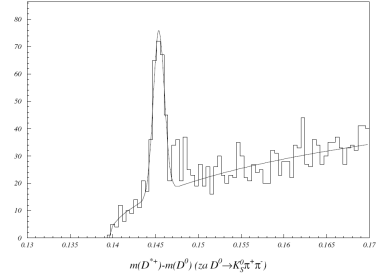
6.3.2 Meritve



Slika 35: Prvi kanal.



Slika 36: Drugi kanal.



Slika 37: Tretji kanal.

V prvem kanalu ($K\pi$) smo dobili 13878 vhodnih delcev, z rezi smo število zmanjšali na 1985 (14%), v drugem kanalu ($K3\pi$) iz 47450 na 6619 (14%) in v tretjem kanalu iz 9296 na 1154 (12%).

6.3.3 Rezultati

Na zgornjih slikah so predstavljeni rezultati masne razlike za vse tri razpadne kanale. Razlika mas med mezonoma D^{*+} in D^0 znaša

$$\Delta M = (145.58 \pm 0.05 \pm 0.03) MeV,$$

kjer predstavlja prva napaka statistično napako, druga pa sistematično. V slednjo napako je vključena negotovost pri kalibraciji magnetnega polja, netočnost popravkov pri energijskih izgubah med točko razpada in osrednjo potovalno komoro in variacije pri določanju parametrov prilagojenih funkcij ozadja. Svetovno povprečje pa znaša $(145.41 \pm 0.24) MeV$. S slednjim pa se naš rezultat dobro ujema.

6.3.4 Napaka

Meritev latnosti osnovnih delcev se prične z detekcijo v več različnih detektorjih. Vsak detektor pa ima neko določeno končno ločljivost. To pa že prinese nekaj negotovosti k vsaki izmerjeni količini. Ker pa detektorji zaznajo več kot nas zanima, imamo veliko ozadje: številne druge reakcije, ki potečejo ob trku elektrona ter pozitrona, sipanje delcev na plinu v detektorju, sipanje na vakuumskih ceveh v detektorju etc. Takega ozadja se kolikor toliko rešimo z uporabo teorije (standardni model, posebna teorija relativnosti). S pomočjo le-te si pomagamo izluščiti za nas zanimiv dogodek iz ozadja vseh dogodkov. Sistematično napako pa določimo kar s prilagajanjem parametrov krivulje.

6.4 Dodatna vprašanja

Pojasni, kako se v primeru izračuna razlike dveh merjenih količin spremeni običajni izraz za napako, pri katerem seštevamo napake v kvadratih.

Če si pomagamo z enačbo (87), ki nam pove, kako se izračuna napaka količine, ki jo izračunamo iz večih pomerjenih spremenljivk, dobimo za napako na razliki dveh merjenih količin ($x = a - b$):

$$\sigma_x^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\sigma_a\sigma_b R, \quad (92)$$

kjer je R korelacijski faktor med spremenljivkama a in b .

Sestavi preglednico širine porazdelitve razlike mas za posamezne razpadne kanale. Kvalitativno pojasni razlike med kanali.

razpadni kanal	$D^0 \rightarrow K\pi$	$D^0 \rightarrow K\pi\pi\pi$	$D^0 \rightarrow K_S\pi\pi$
Δm [GEV]	0.1456	0.1456	0.1455
$\sigma_{\Delta m}$ [10^{-4} GEV]	0.2835	0.9656	0.9012

Tabela 10: Razlika mas ter širina porazdelitve razlike mas.

Prvi kanal ima najmanjšo napako, ker razpad mezona D^0 sestavimo iz najmanjšega števila delcev (dveh), zato je manj verjetno, da smo razpad sestavili iz napačnih delcev oz. iz napačne kombinacije le-teh. V drugem in tretjem primeru razpad sestavljamo iz štirih delcev (K_S razpade naprej na dva piona), zato je napaka večja. Malo manjšo napako pri razpadu v K_S pripišemo dejstvu, da lahko zaradi daljšega življenjskega časa določimo mesto razpada K_S in tako preverimo, če se njegove lastnosti ujema s pričakovanimi.

Kako je natančnost meritve gibalne količine nabitega delca v magnetnem polju odvisna od velikosti polja in gibalne količine?

Da lahko natančno izmerimo gibalno količino nabitega delca, moramo izmeriti njegov položaj na vsaj petih različnih mestih. Natančnost naše meritve je določena s krajevno in časovno ločljivostjo detektorskega sistema. Če je delec prehiter ali pa če je magnetno polje zelo močno, tako da precej ukrivi njegov tir, se lahko zgodi, da delcu ne uspemo ob petih različnih časih določiti položaja, ker nam uide s področja detektorjev (problem predstavlja časovna ločljivost). Če je delec počasen ali pa je magnetno polje šibko, nas pri določeni časovni resoluciji lahko moti krajevna ločljivost, ker se delec še ni zadosti oddaljil s svojega prejšnjega položaja in ga izmerimo v isti točki. Problem predstavlja tudi združevanje meritve položajev počasnih delcev - lahko se namreč zgodi, da meritve pripišemo drugemu delcu.

6.5 Zaključek

Velikost masne razlike med vzbujenim stanjem nabitega mezona D^+ in osnovnim stanjem nevtralnega mezona D , ki nastopi zaradi spinsko-spinske sklopitve, smo s pomočjo računalnika dobili z obdelavo enormne količine podatkov, dobljenih iz pospeševalnika DESY v Hamburgu, in sicer za tri razpadne kanale. Naša izračunana razlika mas se v okviru napak ujema s svetovnim povprečjem.

Literatura

- [1] Peter Križan. *Praktikum 4, navodila za vajo*
- [2] Janez Strnad. *Fizika 3, 4*. Ljubljana, 2000.
- [3] Barbara Grobelnik. *Katero stanje je delec $X(3872)$* . Ljubljana, 2005.
- [4] Boštjan Maček. *Meritve lastnosti vzbujenih $c\bar{s}$ stanj*. Ljubljana, 2006.
- [5] Barbara Horvat. *Hadronski multipleti*. Ljubljana, 2006.